

Sys 1943896

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PMC 580 - PROJETO MECÂNICO

7,0 (sete)
liberado

PROJETO DE CONTROLE PARA SISTEMAS
TÉRMICOS BIDIMENSIONAIS

Autor: Marcelo Timmers Montandon

Nº USP: 1598191

Orientador: Agenor de Toledo Fleury

Coordenador: Lucas Antonio Moscato

São Paulo, dezembro de 1999

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
SISTEMA UNIDIMENSIONAL	2
DESCRIÇÃO DO MODELO UTILIZADO	2
EQUACIONAMENTO	3
O SUBSISTEMA REDUZIDO	4
UTILIZAÇÃO DO PDE Toolbox	5
INTERFACE COM O SIMULINK	6
SIMULAÇÃO DO SISTEMA	8
PROCEDIMENTOS ADOTADOS	9
Redução do Número de Variáveis de Estado	9
REDUÇÃO MODAL DO SISTEMA	17
Aplicação da Redução Modal ao Sistema	19
VERIFICAÇÃO DOS “MODOS DE VIBRAÇÃO”	21
VERIFICAÇÃO DA CONTROLABILIDADE DO SISTEMA	24
TENTATIVA DE NOVAS ESTRUTURAS	25
UTILIZAÇÃO DA OPÇÃO PARABOLIC	27
UTILIZAÇÃO DA OPÇÃO EIGENMODES	28
PROJETO MANUAL DE UM CONTROLADOR	29
Equacionamento do Sistema	32
Modelamento do Sistema	34
Modelamento do Controle	35
Diagrama de Blocos do Simulink	38
Resultados Obtidos com o Controle	39
APLICAÇÃO DO CONTROLE NO PDE/ Toolbox	41
Metodologia da Aplicação do controle ao PDE/ Toolbox	43

CONCLUSÃO	46
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	47
ANEXOS DE PROGRAMAS	
ANEXOS DE RESULTADOS	

INTRODUÇÃO

Sistemas térmicos são muito importantes para a humanidade, por isso tornam-se de grande importância estudos nesta área, afim de dominá-la de forma mais abrangente.

Projeto de controladores térmicos nem sempre levam a bons resultados dado seu caráter distribuído, raramente considerado na modelagem do problema.

O trabalho se propõe a desenvolver, a partir de sistemas simples, uma metodologia de abordagem que leve em conta sua distribuição espacial, refletida no modelo de projeto; a localização de sensores e atuadores e as estratégias de controle.

Para isso, o trabalho estará baseado nos softwares Matlab/Simulink e PDE (Partial Differential Equations) Toolbox, o qual trabalha com o Método de Elementos Finitos.

SISTEMA UNIDIMENSIONAL

Pretende-se na primeira parte do projeto efetuar o controle de um sistema unidimensional. Para isso, procedeu-se conforme será descrito a seguir.

DESCRIÇÃO DO MODELO UTILIZADO

O regulador térmico implementado para esse tipo de sistema parte basicamente de duas diferentes situações de modelagem:

- A primeira consiste do problema espacial, apresentando um subsistema intrínseco de distribuição de calor. Esse modelamento foi realizado com a ajuda do programa de equações diferenciais parciais (PDE toolbox) do MatLab. A descrição e a discretização do problema tornam-se mais fáceis com auxílio deste software, que utiliza elementos finitos para discretização e simulação.
- Já a segunda trata de um sistema dinâmico com um pequeno número de estados, reduzido a partir da malha de elementos finitos. O Simulink é um ambiente adequado para simular tais sistemas.

O problema escolhido para um primeiro estudo consiste de uma câmara esférica que troca calor com o meio externo. Admite-se que as temperaturas possam ser alteradas por um aquecedor esférico (resistência) localizado no centro da câmara. A câmara dispõe de um termostato para medição das temperaturas. Uma maneira bastante simples de estudar os efeitos da distribuição espacial é imaginar que o termostato apenas “liga” ou “desliga” o aquecedor, caso a temperatura esteja abaixo ou acima de uma temperatura de referência desejada, caracterizando um controlador “on-off” de larga utilização em sistemas térmicos.

Consideram-se duas entradas para o problema em questão:

- A temperatura exterior $u(1)$, no caso, uma perturbação externa.
- O estado do aquecedor, $u(2)=1$ ou 0 , ligado ou desligado

A saída é a temperatura medida, fornecida pelo sensor (termostato) que pode ser colocado em qualquer ponto do domínio.

O PDE é usado para apresentar a distribuição da temperatura dentro da câmara dadas as temperaturas externa e do aquecedor e para definir os modelos de controle.

Afim de simplificar o problema proposto, devido à sua simetria, considera-se o sistema unidimensional, dependente apenas do raio, e gera-se a malha com 1/4 de circunferência, com as duas faces retas isoladas e a face curva permitindo a troca de calor com o exterior.

EQUACIONAMENTO

A equação de calor consiste numa equação a derivadas parciais na forma:

$$T' = \text{div}(K * \text{grad}(T)) + Th * u(2) \quad (1)$$

onde Th é uma função que define a posição do aquecedor no espaço. As condições de contorno são dadas por paredes que permitem a troca de calor com o meio externo e por paredes isoladas (na redução do problema). Nas paredes isoladas, o fluxo de temperatura é nulo, gerando condições de contorno de Neumann, isto é:

$$n * \text{grad}(T) = 0 \quad (2)$$

A parede que permite troca de calor com o meio externo é representadas pela condição de contorno de Neumann dada por:

$$n * \text{grad}(T) = q * (u(1) - T) \quad (3)$$

onde q é condutividade térmica do material da câmara.

O SUBSISTEMA REDUZIDO

A partir do problema espacial pode-se reduzir o sistema a um subsistema ‘câmara’ (chamber) descrito pelas seguintes variáveis:

- Vetor de Estados x , temperaturas nodais.
- Duas entradas u , temperatura externa $u(1)$ e estado do aquecedor $u(2)=0$ ou 1
- Duas saídas de interesse a serem registradas: a temperatura do termostato $x(n_{term})$, e a temperatura máxima $\max(x)$.

O PDE produz uma versão discretizada da equação de calor dada por:

$$M * x' = \left(L + \frac{Q}{q} \right) . x + F . u(2) + \frac{G . u(1)}{q} \quad (4)$$

Sendo x' são as derivadas das temperaturas nodais em relação ao tempo.

Na equação (4), M é chamada de matriz de massa e L de matriz de rigidez. A matriz de massa M é simétrica e positiva definida podendo ser invertida, sendo as suas dimensões dependentes do número de nós após a redução. As matrizes Q e G são resultantes das condições de contorno $n * \text{grad}(T = q * (u(1) - T))$ e a matriz F é a versão discreta da fonte de calor.

O Simulink necessita conhecer a derivadas temporais de estado. Invertendo-se a matriz de massa M , a equação (4) pode ser escrita:

$$x' = M \setminus \left(\left(L + \frac{Q}{q} \right) . x + F . u(2) + \frac{G . u(1)}{q} \right) \quad (5)$$

Dados os valores iniciais de temperatura x , o sistema acima pode ser integrado e tem-se, assim, uma completa descrição desse subsistema no Simulink.

UTILIZAÇÃO DO PDE Toolbox

O primeiro passo consiste em descrever a geometria do sistema, ou seja, da câmara (Figura 1), ou a simplificação para 1/4 circunferência (Figura 2). Isso foi feito através do arquivo-m (MatLab) chamtubtes2.m (anexo).

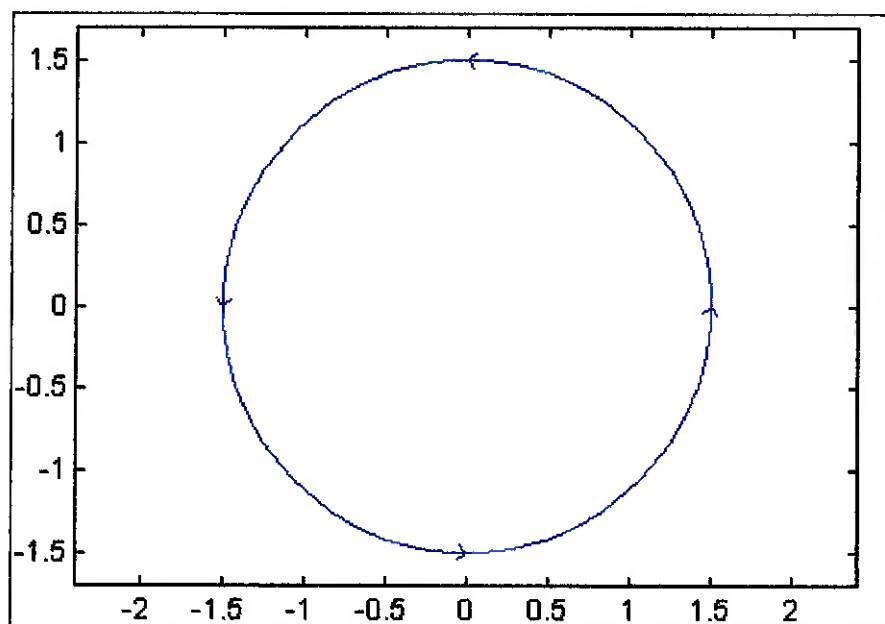


Figura 1. Seção total da câmara.

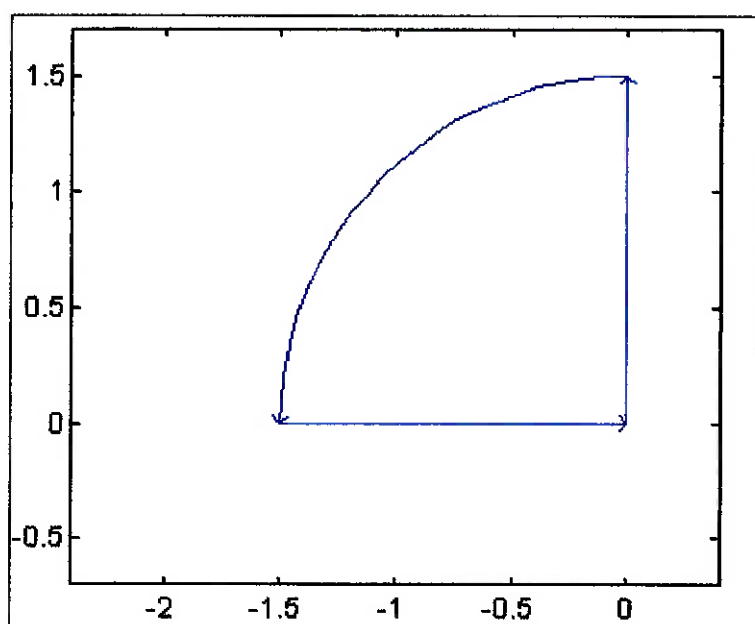


Figura 2. Seção simplificada da câmara para geração da malha.

No mesmo arquivo-m foram definidas as condições de contorno das paredes. Neste caso, as duas paredes retas foram consideradas como isoladas, já que não ocorre transferência de calor nesta região devido à simetria da câmara. A parede curva permite transferência de calor com o meio exterior, pois no caso considerado não existe isolamento perfeita com o meio ambiente

Em seguida efetua-se a geração da malha (Figura 3) através do mesmo arquivo-m (chamtubextes2.m). Detalhes maiores da geração da malha serão abordados mais adiante. Procede-se, então, à exportação da geometria e das condições de contorno (variáveis g e b) para o espaço de trabalho (MatLab), bem como das variáveis associadas à malha (p, e, t), para posteriormente serem utilizadas pelo Simulink.

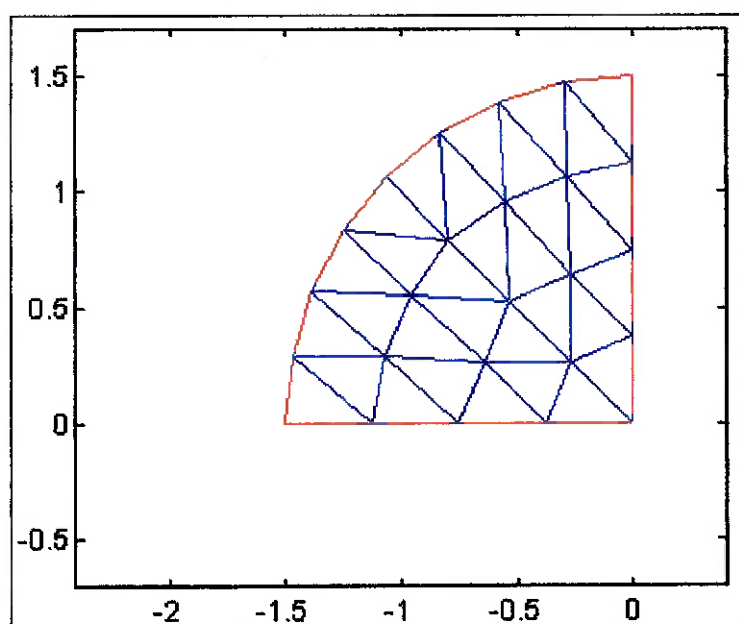


Figura 3. Malha gerada no PDE toolbox.

INTERFACE COM O SIMULINK

O Simulink trata o subsistema reduzido como uma caixa preta descrita por um arquivo-S, ou S-function (chambersim.m). O arquivo-S (veja anexo) gera tempos, estados e entradas do Simulink, através dos seguintes passos:

- Realiza as inicializações e retorna os estados iniciais x_0 . As primeiras linhas do programa levam em consideração as constantes necessárias ao longo de toda a operação: a posição do aquecedor (f); a capacidade térmica ($\rho h c$); a temperatura inicial (T_0) e a temperatura do aquecedor quando ligado (T_h).

As geometrias e as condições de contorno são conhecidas pelo comando “load chambergeom”, já que tais variáveis foram anteriormente gravadas em um arquivo .MAT de mesmo nome. A partir daí, quando utiliza-se o comando “asempde” de montagem das equações diferenciais, são levadas em consideração as matrizes de massa e rigidez do sistema reduzido.

- Avalia a saída atual, dada por:

$$\text{sys} = [u(2); \max(x); x(\text{nterm})]; \quad (6)$$

onde $u(2)$ é a perturbação externa, $\max(x)$ é a máxima temperatura no nós, e $x(\text{nterm})$ é a temperatura do nó onde está o sensor.

- Avalia as derivadas de estado; a inversão da matriz de massa é feita através de uma Fatoração de Choleski.

$$\text{sys} = R \backslash (R' \cdot ((T_h \cdot u(1) \cdot F + u(2) \cdot g - K \cdot x)); \quad (7)$$

A função S leva ainda em conta parâmetros adicionais que permitem mover o aquecedor e o termostato de acordo com o tipo de simulação que se deseja fazer.

Estes parâmetros são: temperatura inicial, T_0 ; temperatura do aquecedor, T_h ; posição do termostato (número do nó correspondente), nterm ; coordenadas e raio do aquecedor, x_h , y_h e ρh .

Neste caso o aquecedor é considerado como um círculo concêntrico com a geometria da câmara, ou seja, o centro do aquecedor encontra-se no centro do eixo de coordenadas (0,0), e possui raio igual a 0.5mm. No caso simulado, o vetor de parâmetros tem a forma:

$$(T_0 \ T_h \ \text{nterm} \ x_h \ y_h \ \rho h) = (19 \ 500 \ 9 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.5) \quad (8)$$

SIMULAÇÃO DO SISTEMA

A simulação é realizada através do modelo “chamber” do Simulink. O diagrama de blocos que representa o sistema dinâmico encontra-se a seguir (Figura 4).

Nota-se que a tentativa, neste caso, é manter a temperatura dentro da câmara em 20°C. A realimentação do sistema é realizada através de um único sensor e a estratégia de controle é uma simples regra “on-off”.

A temperatura externa é representada por uma onda senoidal com temperatura média de 17°C, 2°C de amplitude e frequência de 0.001Hz.

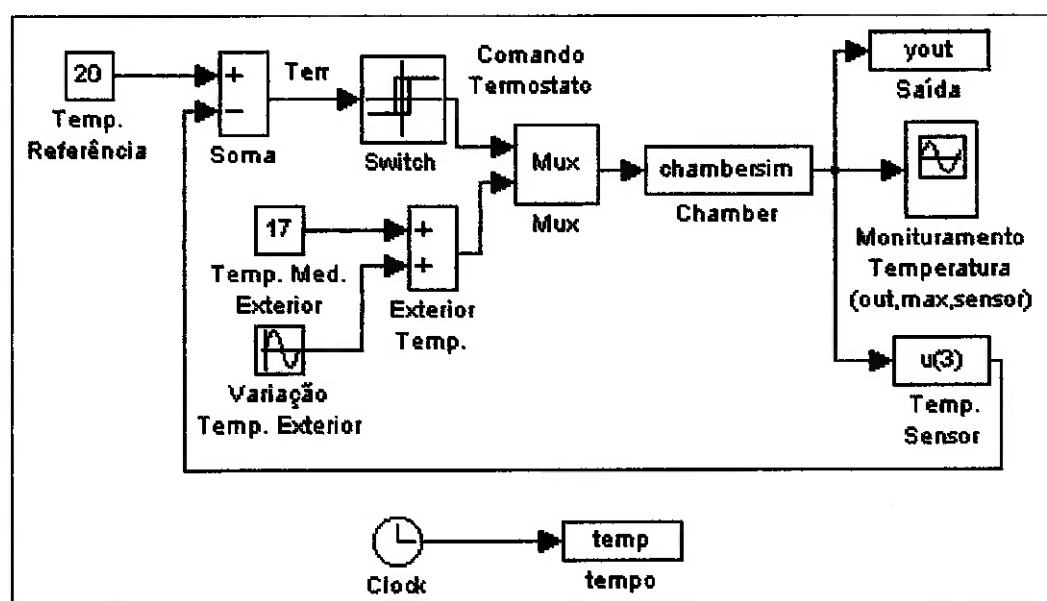


Figura 4. Diagrama de blocos do Simulink

PROCEDIMENTOS ADOTADOS

Redução do Número de Variáveis de Estado

Em problemas de controle o modelo de trabalho deve ter o menor número de variáveis possível que ainda reproduza o comportamento dinâmico do sistema em estudo. Devido à simetria do problema, pode-se usar uma malha correspondente a 1/4 da original sem perda significativa de precisão nos resultados. Ainda assim, o número de nós e, em consequência, de variáveis de estado, gerado por programas usuais de Elementos Finitos é muito grande para as aplicações de controle, como pode ser visto nas Figura 5 e 6.

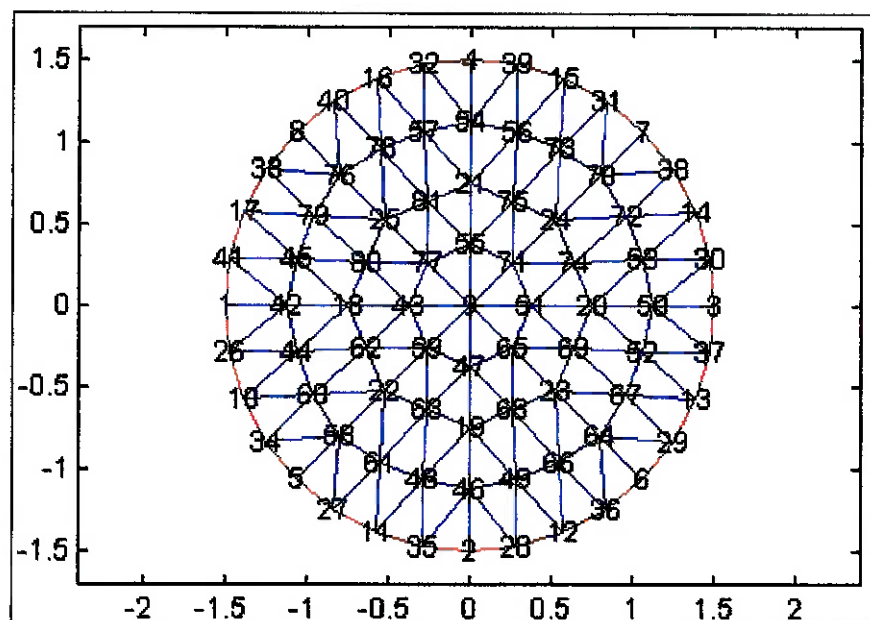


Figura 5. Seção inteira com 81 nós

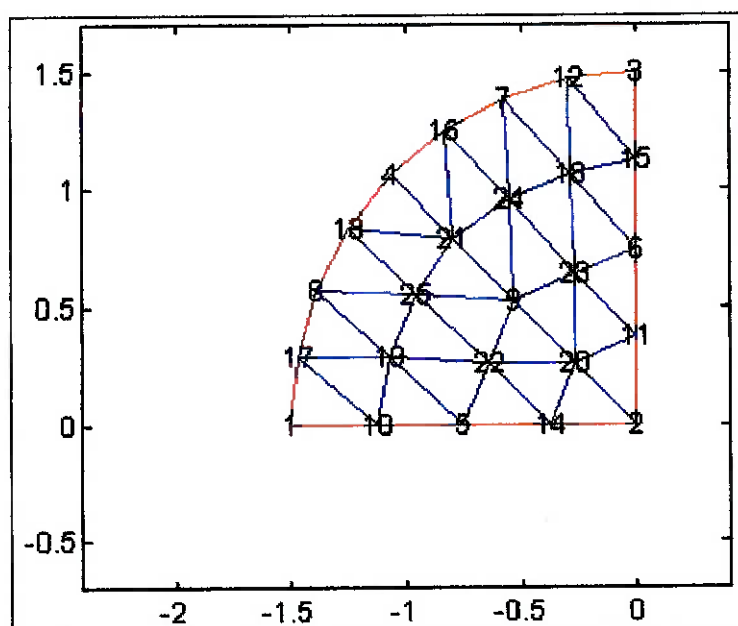


Figura 6. 1/4 Seção inteira com 25 nós

Tentou-se primeiro, controlar a geração do número de nós através de comandos disponíveis no PDE que permite definir o comprimento máximo dos lados dos triângulos da malha. Porém este processo mostrou-se inadequado devido às malhas geradas serem não simétricas (Figura 7).

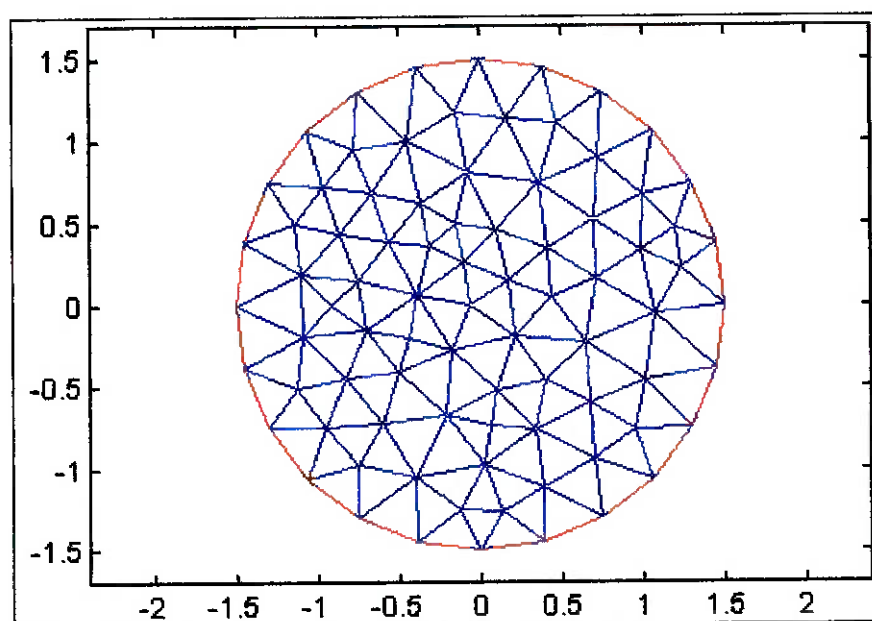


Figura 7. Geração assimétrica da malha.

Afim de solucionar este problema gerou-se uma malha contendo apenas nós nos contornos da câmara e um nó no centro (Figura 8), em seguida procedeu-se o refinamento desta malha (Figura 9, Figura 10 e Figura 11), conseguindo assim a simetria desejada. Verifica-se que com apenas dois refinamentos consegue-se obter uma boa descrição do sistema. Malhas mais discretizadas, obtidas com maior número de refinamentos, geram números excessivos de nós para as simulações pretendidas. Para um controlador tipo “on-off” o número de nós não é crítico, mas para qualquer outra estratégia é essencial.

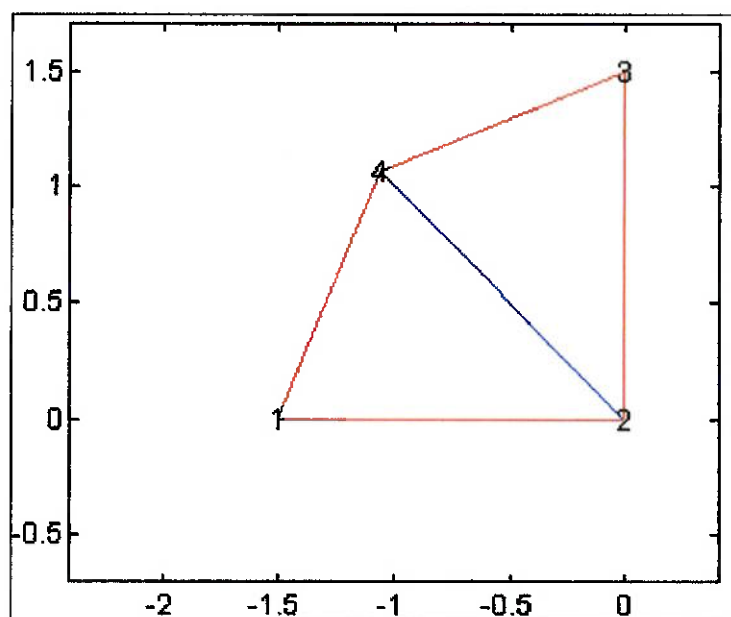


Figura 8. Geração inicial da malha (para a simetria subsequente).

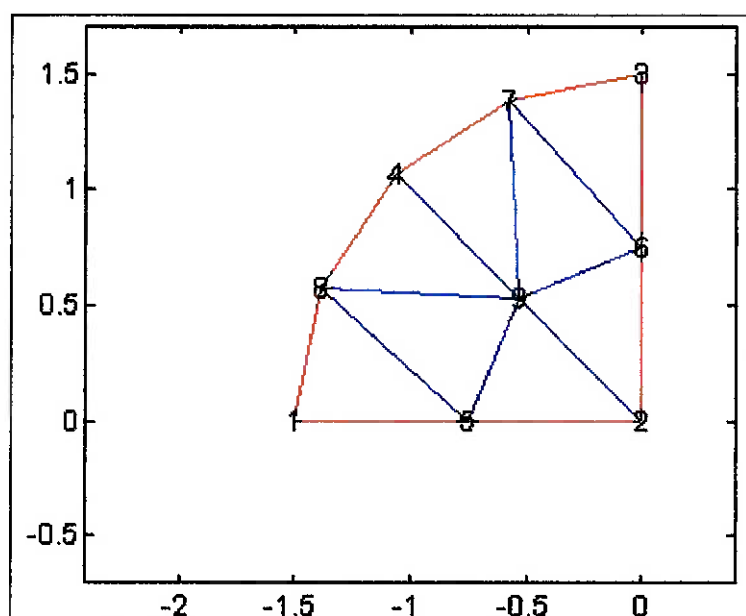


Figura 9. Malha com 1 refinamento (simétrica).

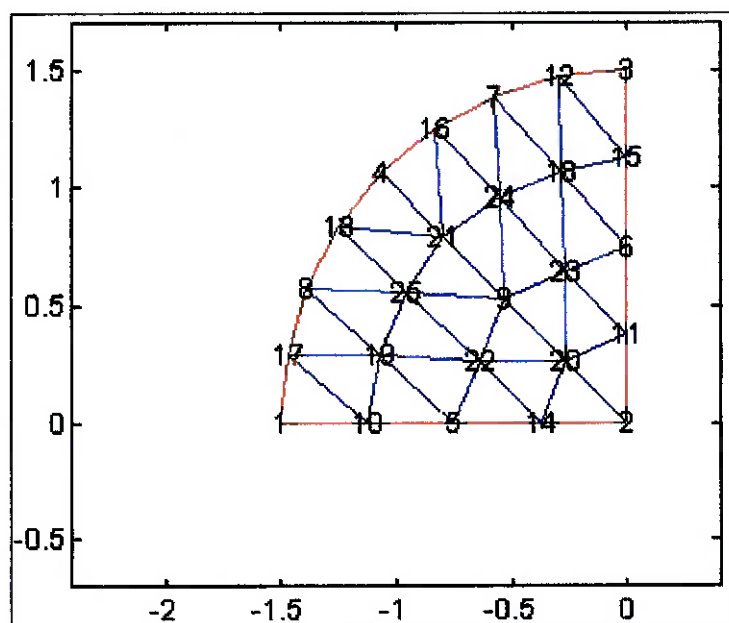


Figura 10. Malha com 2 refinamentos (simétrica).

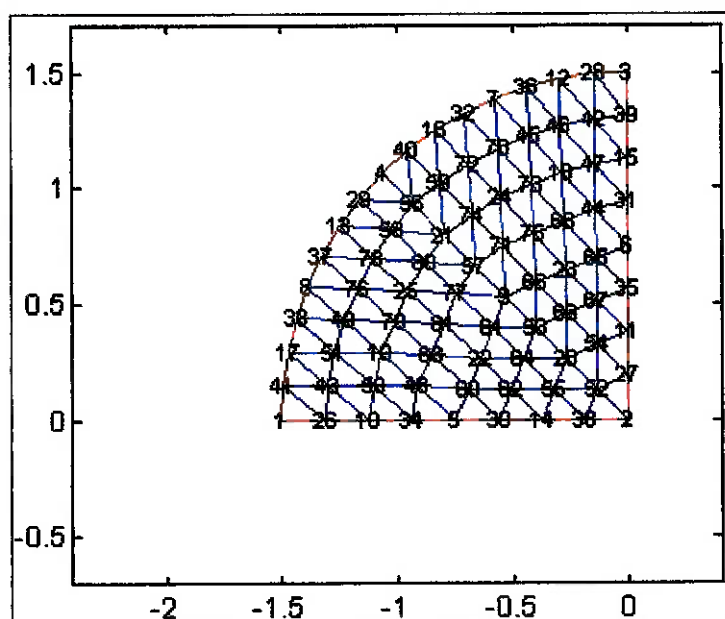


Figura 11. Malha com 3 refinamentos (simétrica).

Os resultados conseguidos para o sistema através do Simulink, considerando as diversas condições de refinamento da malha, serão mostrados a seguir (Figuras 12 a 15). A comparação desses resultados permitiu escolher o nível de refinamento mais adequado para a malha, levando em conta perdas quanto a velocidade de processamento (sendo ideal o menor número de nós possível) e qualidade da representação da realidade (sendo ideal um maior número de pontos).

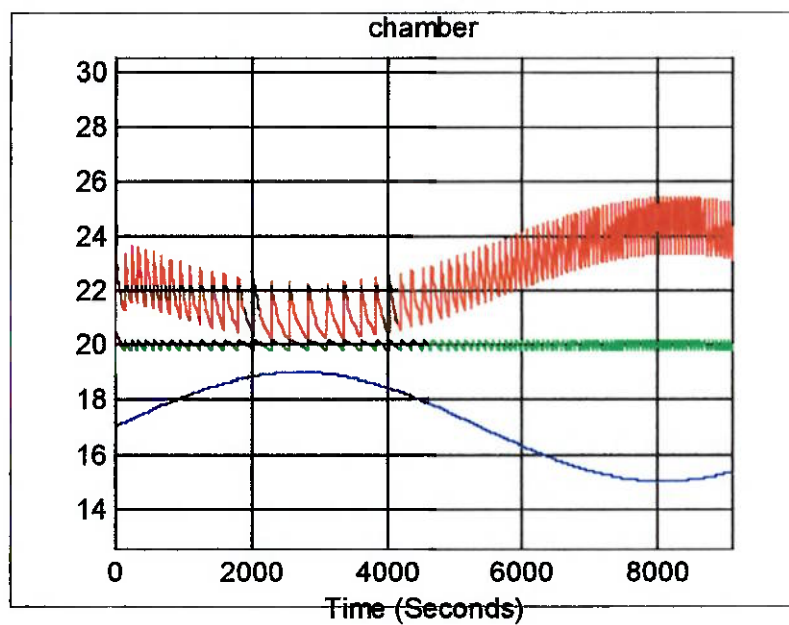


Figura 12. Resposta do Simulink para a malha com 1 refinamento.

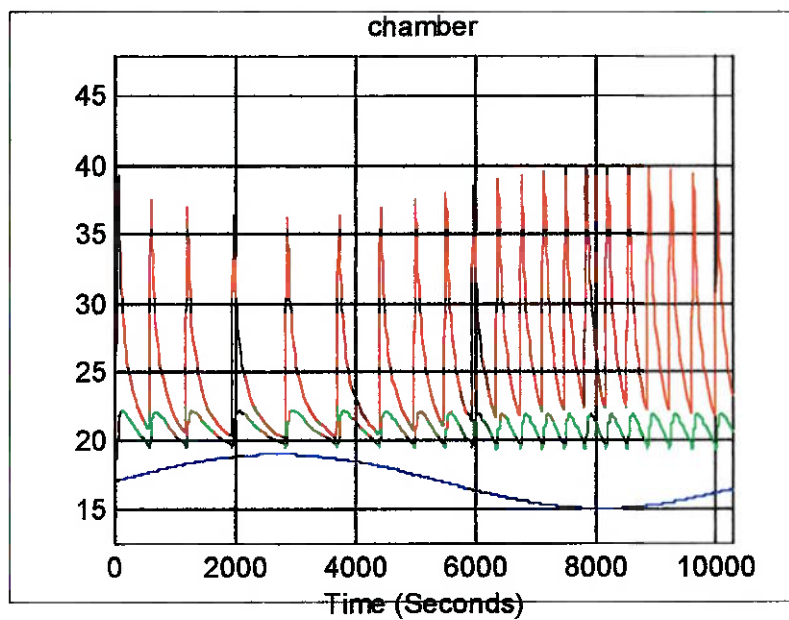


Figura 13. Resposta do Simulink para a malha com 2 refinamentos .

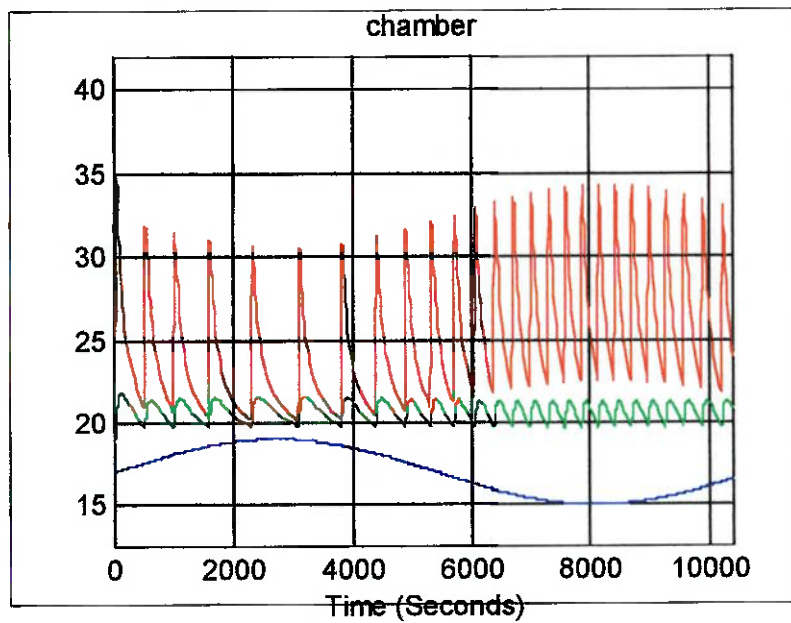


Figura 14. Resposta do Simulink para a malha com 3 refinamentos .

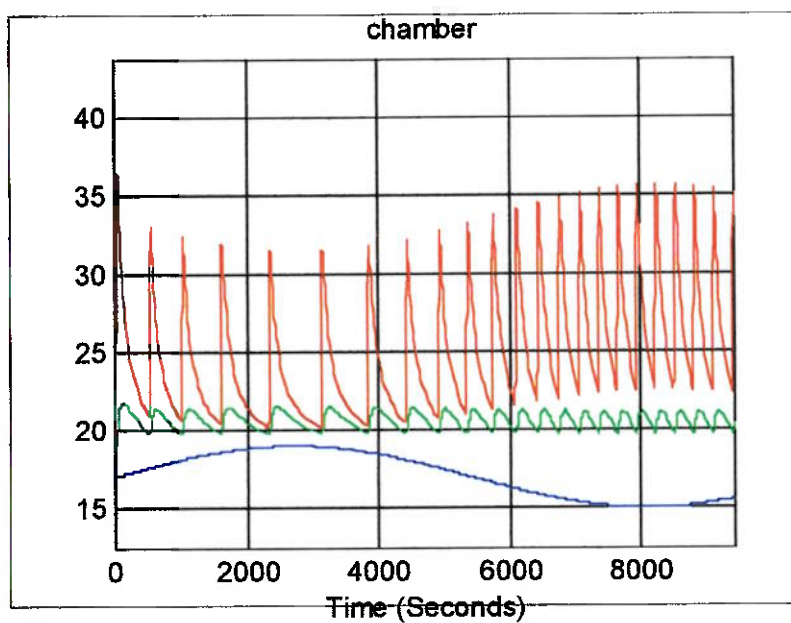


Figura 15. Resposta do Simulink para a malha com 4 refinamentos .

Mesmo com apenas dois refinamentos, o número de variáveis é elevado para projetar controladores (25 nós). Uma solução adequada para o problema pode ser conseguida através da redução da matriz dinâmica do sistema, pela identificação e retenção apenas dos modos que influenciam de maneira mais decisiva na resposta do sistema. No caso linear, a descrição do sistema em espaço de estados é dada por:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \quad (9)$$

$$y = C \cdot x \quad (10)$$

Onde: x - Vetor das variáveis de Estado (25x1)

u - Vetor das variáveis de Entrada (2x1)

y - Vetor das variáveis de medidas (1x1)

Para que se pudesse extrair as matrizes de modo mais adequado criou-se um arquivo-m (matriz.m) para isto. As matrizes A , B e C são obtidas através das equações a seguir:

$$A = R \setminus (R' \setminus (-K)) \quad (11)$$

$$B = R \setminus (R' \setminus (F)) \quad (12)$$

$$B_p = R \setminus (R' \setminus (G)) \quad (13)$$

O tamanho da matriz A reflete diretamente o número de nós da malha de elementos finitos. No caso, foi utilizada uma malha com 25 nós, portanto obteve-se a matriz A quadrada de 25X25 elementos e as matrizes B e B_p de 25x1.

A matriz A define os autovalores e autovetores do sistema em malha aberta. Os autovalores são:

```

01 -2.9321066e-001
02 -2.8742279e-001
03 -2.8358988e-001
04 -2.1314845e-001
05 -2.0089764e-001
06 -1.9433176e-003
07 -1.9313619e-001
08 -9.6754425e-003
09 -1.1388437e-002
10 -1.7846461e-001
11 -2.2688271e-002
12 -3.1090456e-002
13 -3.2948069e-002
14 -4.3556676e-002
15 -1.2311634e-001
16 -1.0409498e-001
17 -1.1264964e-001
18 -6.3891467e-002
19 -1.4585830e-001
20 -6.9481336e-002
21 -1.5272670e-001
22 -7.7908628e-002
23 -1.5744679e-001
24 -8.0375503e-002
25 -1.5707205e-001

```

A resposta do sistema é a soma das contribuições de cada autovalor e seu correspondente autovetor. Uma forma de reduzir o número de variáveis de estado é selecionar apenas os modos importantes na resposta. Aqui, o critério de seleção dos autovalores foi o de seleção por inspeção. Pretende-se trabalhar com realocação dos pólos mais lentos como forma de sintetizar o controle.

Os autovalores que foram escolhidos como mais representativos, a partir dos quais pode-se gerar uma nova matriz dinâmica A_r utilizando apenas 9 modos, são 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 18, 20.

REDUÇÃO MODAL DO SISTEMA

O sistema inicialmente tratado, e já descrito, é composto de uma malha de 25 nós, que pode ser representado pela equação abaixo:

$$\dot{x} = A.x + B.u(1) + B_p.u(2) \quad (14)$$

Onde :

x representa as temperaturas na malha (25 x 1)

A é igual a $(R \setminus (R' \setminus (-K)))$ (25 x 25)

B é igual a $(R \setminus (R' \setminus (F)))$ (25 x 1)

B_p é igual a $(R \setminus (R' \setminus (G)))$ (25 x 1)

$u(1)$ representa a variável de controle (1 x 1)

$u(2)$ representa a perturbação externa (1 x 1)

E ainda:

$$F = F \cdot Th \quad (15)$$

$$G = G / Qd \quad (16)$$

$$K = K + Q / Qd \quad (17)$$

$$R = \text{chol}(M) \quad (18)$$

As Matrizes A, B e Bp encontram-se detalhadas no anexo.

Tendo sido definido o sistema é necessário que a seguir, antes de efetuar a redução, que este seja transformado para o campo modal. Para isto segue-se da seguinte forma (arquivo reduz.m).

Primeiramente define-se uma variável y, no campo modal, do tipo:

$$y = P.x \quad (19)$$

Onde: $P = V$ Matriz dos Autovetores

ou seja:

$$y = V.x \quad (20)$$

portanto:

$$y' = V.x' \quad (21)$$

E ainda:

$$x = V^{-1}.y \quad (22)$$

Em seguida substituindo (21) e (22) em (14) tem-se:

$$y' = V.(A.(V^{-1}.y) + B.u(1) + Bp.u(2)) \quad (23)$$

E finalmente a equação do sistema no espaço modal (24):

$$y' = V.A.V^{-1}.y + V.B.u(1) + V.Bp.u(2) \quad (24)$$

Estando o sistema no espaço modal agora torna-se possível efetuar a redução modal. Para isto efetua-se a redução das matrizes $V.A.V^{-1}$, $V.B$ e $V.Bp$ e das variáveis y e y' . Ou seja, utilizam-se apenas as linhas e colunas correspondentes aos autovalores escolhidos, conforme critério citado anteriormente (colunas e linhas 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 18, 20).

Após a redução tem-se:

$$y'_r = (V.A.V^{-1})_r.y_r + (V.B)_r.u(1) + (V.Bp)_r.u(2) \quad (25)$$

Ou então:

$$y'_r = V_r.A_r.V_r^{-1}.y_r + V_r.B_r.u(1) + V_r.Bp_r.u(2) \quad (26)$$

Para que o sistema seja novamente uma função dependente de x , basta multiplicar ambos os lados da equação por (V_r^{-1}) e substituir $(V_r^{-1}.y_r)$ por x_r . Ou seja:

$$x'_r = A_r.x_r + B_r.u(1) + Bp_r.u(2) \quad (27)$$

Aplicação da Redução Modal ao Sistema

Partindo das equações de redução do sistema, implementou-se a Redução Modal no Simulink, através da S-Function chamber, contida no diagrama de blocos mostrado anteriormente (Figura 4).

Se a redução estiver correta, os resultados da simulação com o modelo de trabalho (25 nós) ou com o modelo reduzido (9 modos) devem ser bastante próximos. Isso foi testado, com os resultados mostrados nas figuras 16 e 17.

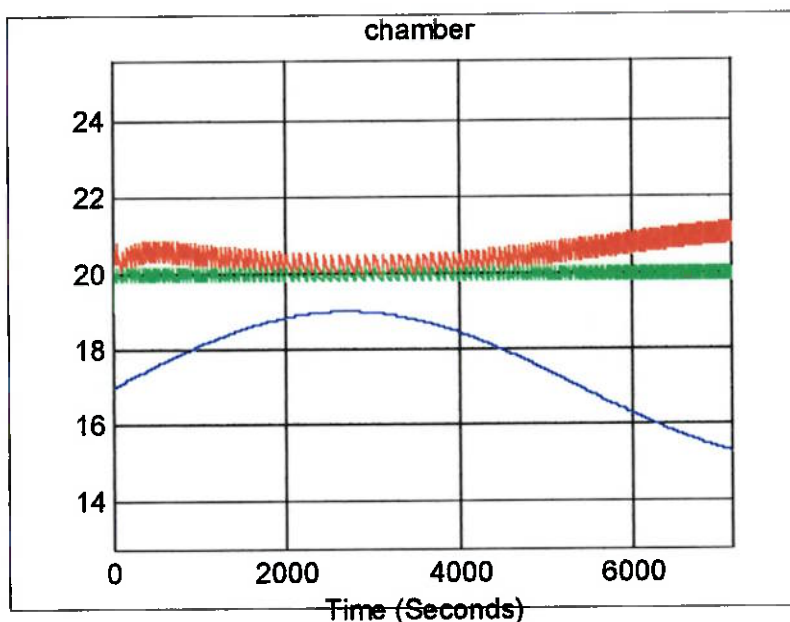


Figura 16. Resultado Sem Redução Modal

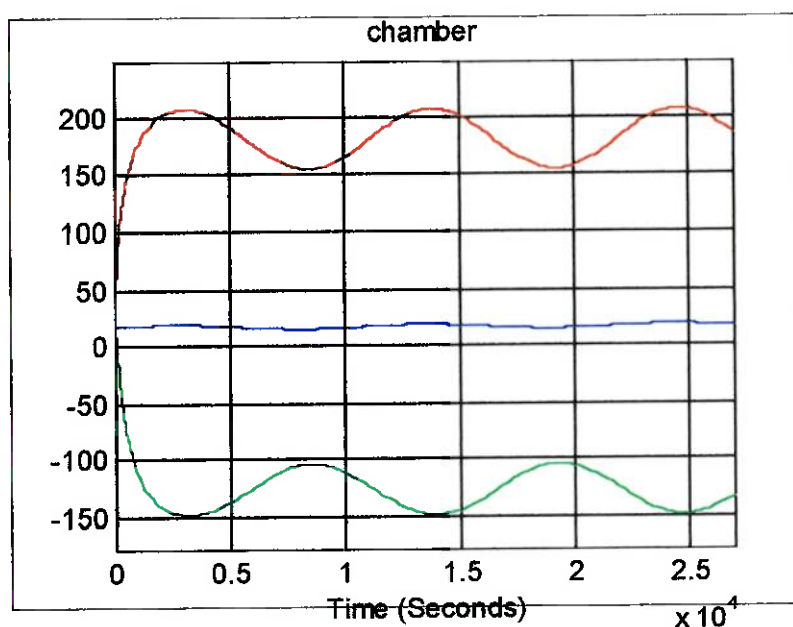


Figura 17. Resultado Com Redução Modal

Os resultados não são consistentes e pensou-se num possível erro na implementação do método. Para levantar esse possível erro, aplicou-se o método, porém agora sem reduzir o

sistema de fato (arquivo reduzz.m), obtendo-se o resultado esperado abaixo (Figura 18), igual ao resultado sem a utilização da redução modal.

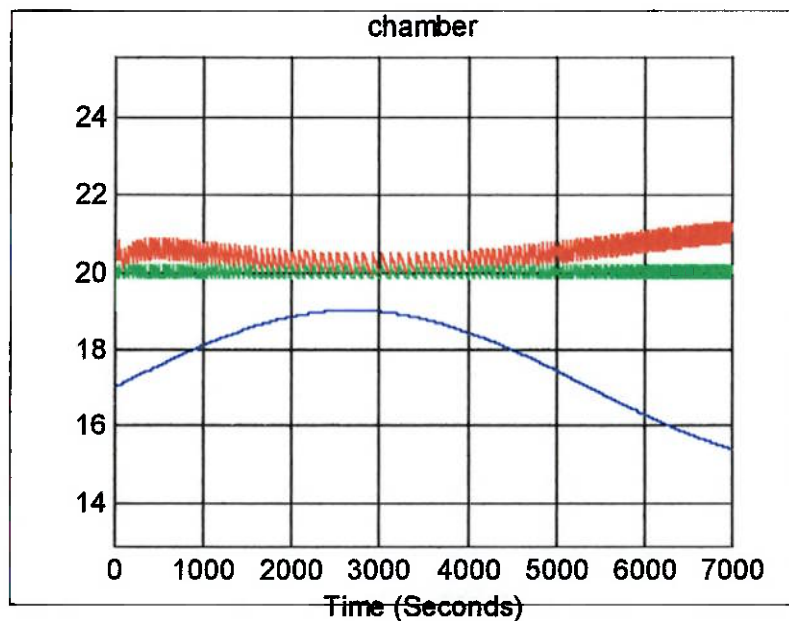


Figura 18. Resultado Com Redução Modal (Porém Sem Reduzir de Fato)

A implementação do método está correta, e a fonte do erro deve ser procurada em outros lugares. Partiu-se então para a verificação do comportamento dos modos de vibração.

VERIFICAÇÃO DOS “MODOS DE VIBRAÇÃO”

A fim de verificar problemas referentes aos modos efetuou-se a distribuição dos valores da matriz de autovetores com relação aos nós correspondentes (arquivo grafmod.m), com os seguintes resultados:

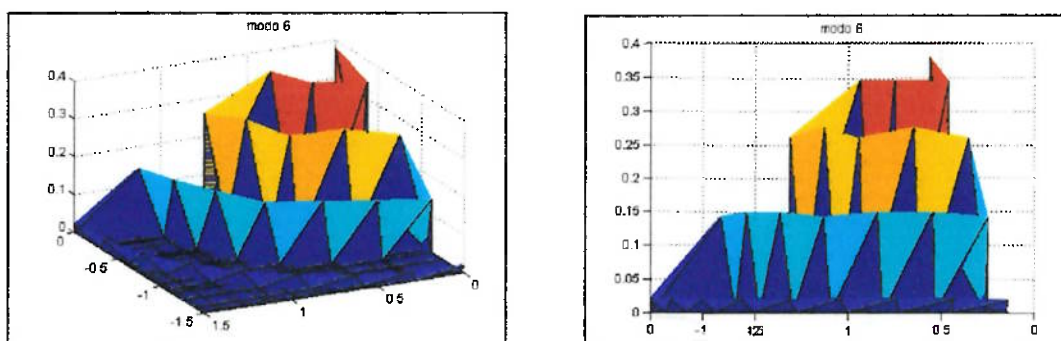


Figura 19. Duas Vistas do 6º “Modo de Vibração”

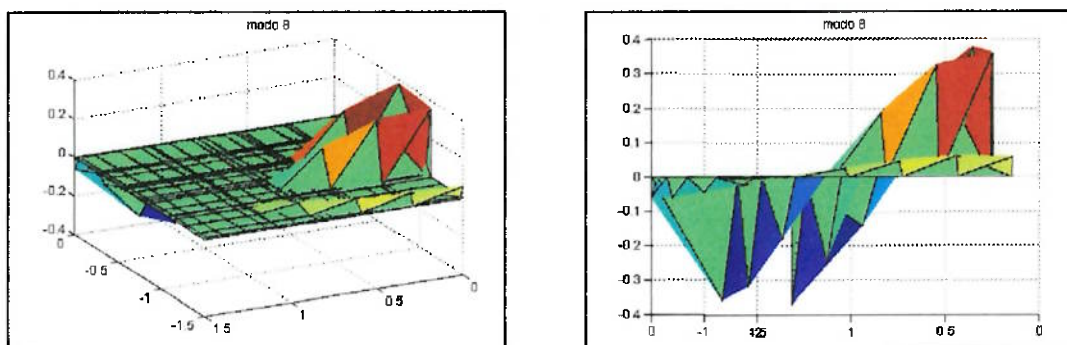


Figura 20. Duas Vistas do 8º “Modo de Vibração”

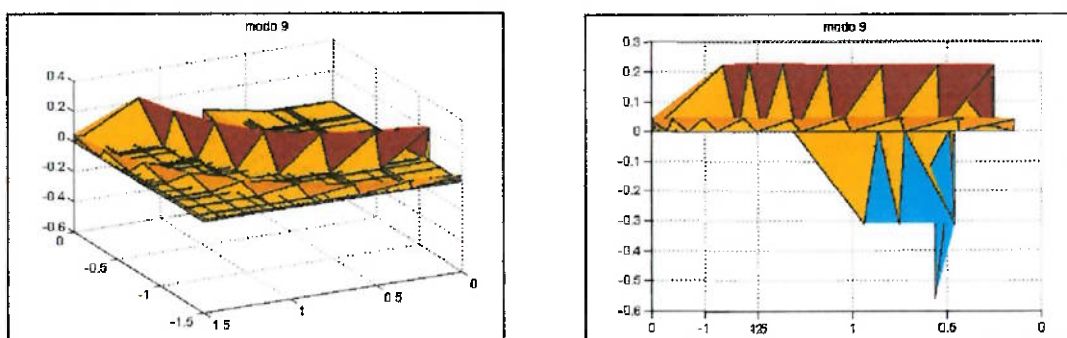


Figura 21. Duas Vistas do 9º “Modo de Vibração”

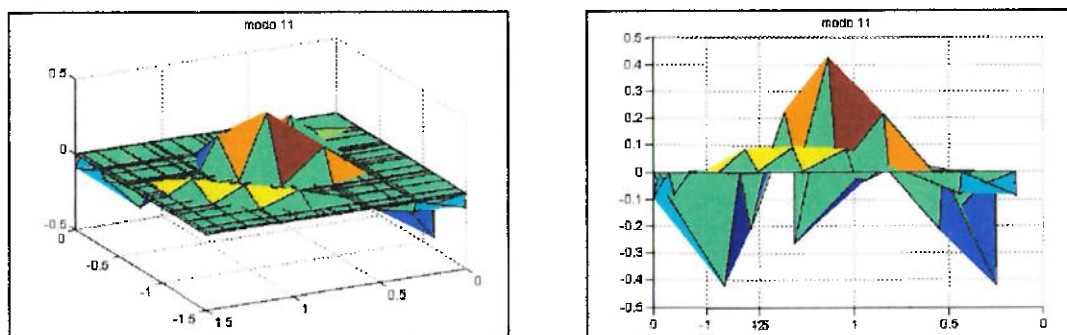


Figura 22. Duas Vistas do 11º “Modo de Vibração”

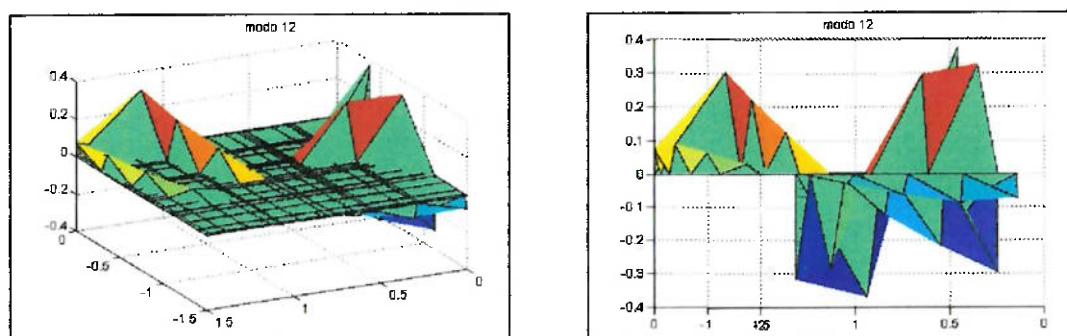


Figura 23. Duas Vistas do 12º “Modo de Vibração”

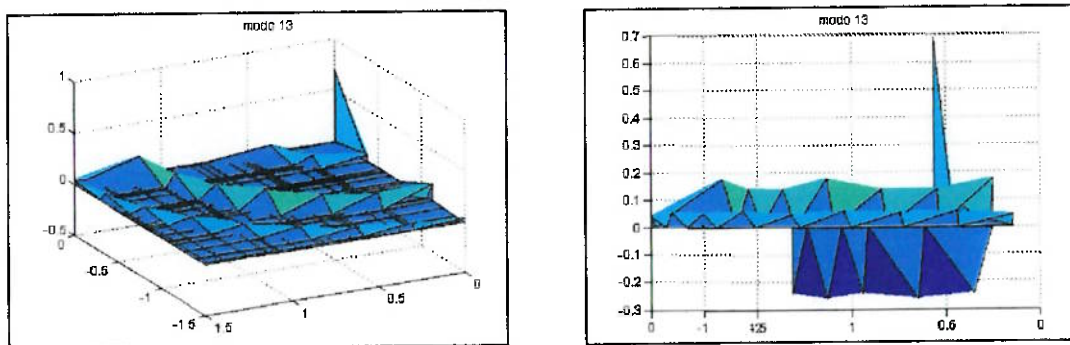


Figura 24. Duas Vistas do 13º “Modo de Vibração”

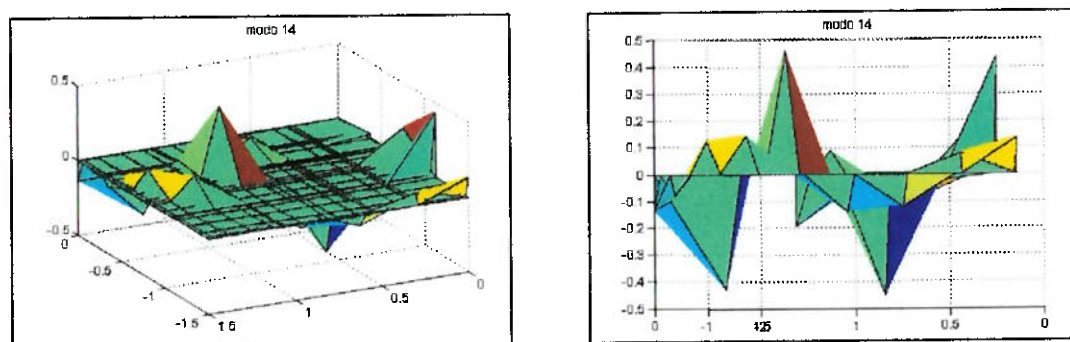


Figura 25. Duas Vistas do 14º “Modo de Vibração”

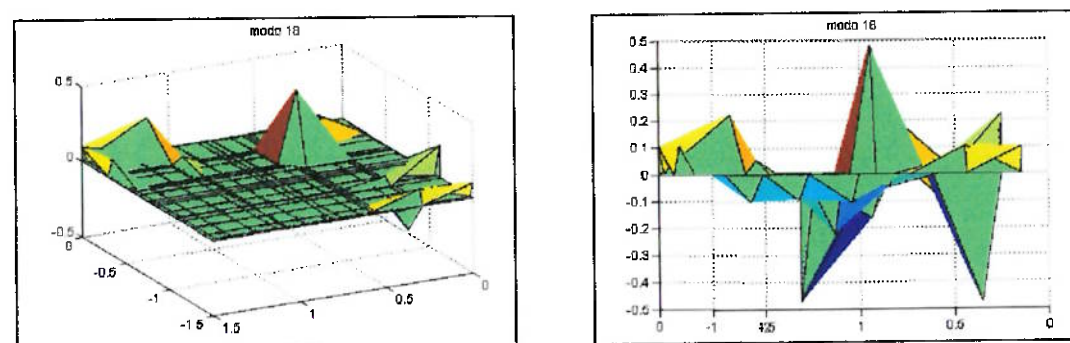


Figura 26. Duas Vistas do 18º “Modo de Vibração”

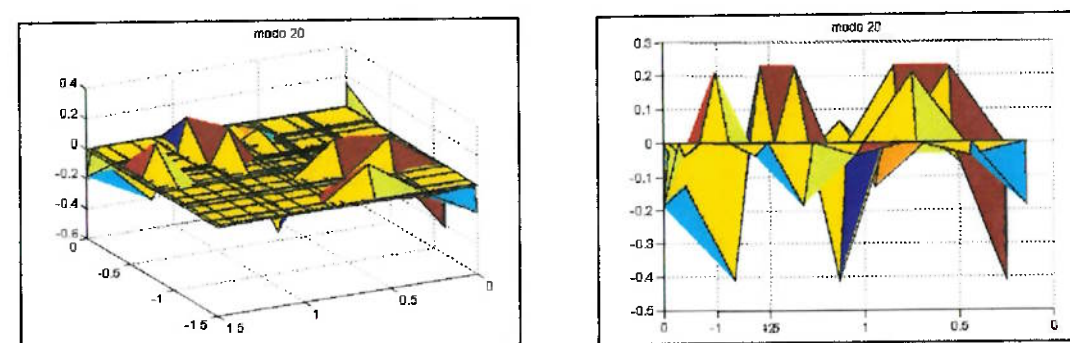


Figura 27. Duas Vistas do 20º “Modo de Vibração”

Como pode-se verificar nenhum problema evidente pôde ser constatado pelos valores dos modos de vibração, contidos na matriz dos autovetores. Pois não foi apresentada nenhuma forma aleatória de pontos alocados ao longo da superfície analisada, o que seria de se esperar caso houvesse algum erro evidente. Ao contrário disto, o que foi apresentado por esta análise, é o comportamento contínuo das formas de onda ao longo da superfície para os diversos modos de vibração escolhidos.

VERIFICAÇÃO DA CONTROLABILIDADE DO SISTEMA

Não compreendendo exatamente o que estaria acontecendo de errado no processo de redução modal, partiu-se para a determinação do controle do sistema considerando todos os 25 nós. Para isso, o primeiro passo seria verificar a controlabilidade do sistema (arquivo control.m).

Com base nas matrizes obtidas através da modelagem do sistema pelo PDE/Toolbox verificou-se a controlabilidade deste sistema através da função $\text{ctrb}(A,B)$, que gera a matriz de controlabilidade (h) a partir das matrizes do sistema em malha aberta:

$$h = \text{ctrb}(A,B) \quad (28)$$

Tendo sido encontrada a matriz de controlabilidade o passo seguinte é verificar o seu posto (rank) que deve ser do mesma ordem do número de variáveis de estado, para que o sistema seja controlável:

$$\text{rank}h = \text{rank}(h) \quad (29)$$

Porém o resultado não foi o esperado, pois o posto se mostrou igual a 9, inferior aos 25 nós da malha do sistema:

$$\text{rank} < 25 \text{ (Para um Sistema de 25 Variáveis de Estado)} \quad (30)$$

Verificou-se então que o sistema com o qual se esteve trabalhando não era controlável.

TENTATIVA DE NOVAS ESTRUTURAS

Tendo sido obtido um sistema não controlável tentou-se partir para outros tipos de estruturas, afim de encontrar um sistema que fosse controlável.

A primeira opção foi a deslocar o aquecedor de posição (arquivo matriz(2).m). Considerando que estamos analisando apenas um quarto da estrutura, seria semelhante a colocarmos quatro aquecedores interligados no sistema. ou seja a modificação pode ser vista pelas figuras a seguir (Figura 28 e Figura 29):

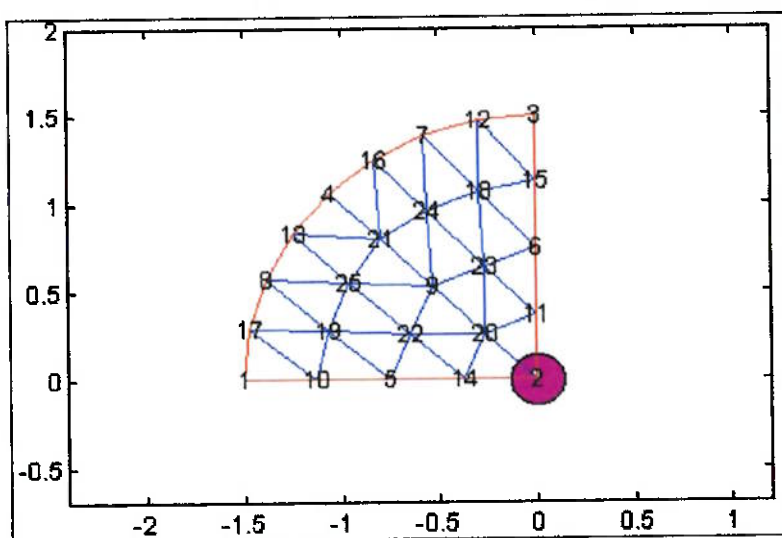


Figura 28. Posição Inicial do Termostato (Ao Centro da Câmara).

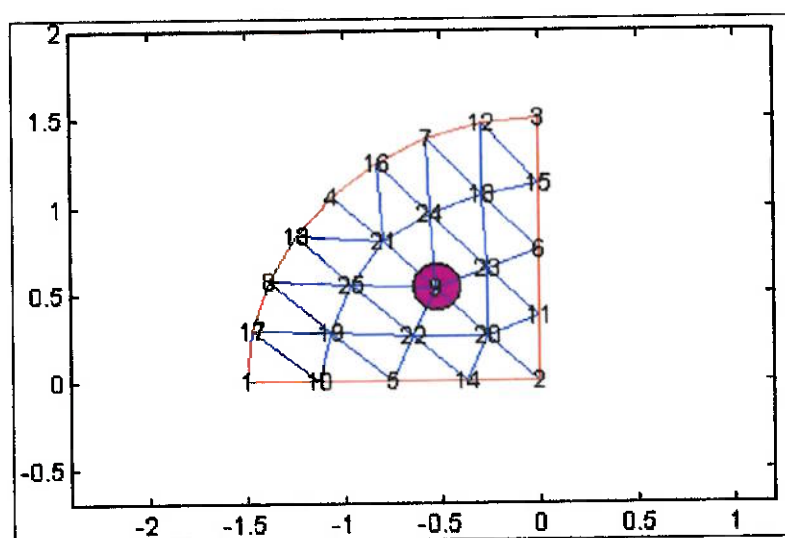


Figura 29. Posição Alternativa do Termostato (Ao Centro de $\frac{1}{4}$ da Câmara).

Outras tentativas de encontrar um sistema térmico que fosse controlável foram executadas, como a modificação da estrutura circular para uma estrutura retangular, com intuito de conseguir uma malha mais homogênea (arquivo cham2.m), o que poderia ajudar na geração das matrizes da planta (Figura 30). Ou então, uma estrutura que possuíse um corte central (arquivo chamfur2.m), afim de modificar as condições de contorno da estrutura (Figura 31). Porém nenhuma das tentaivas resultou num sistema controlável.

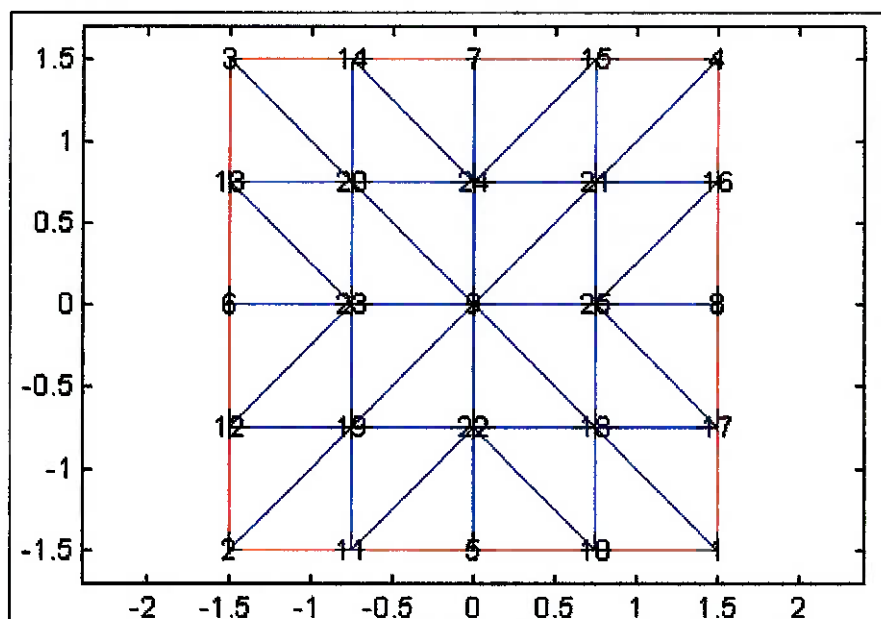


Figura 30. Estrutura retangular.

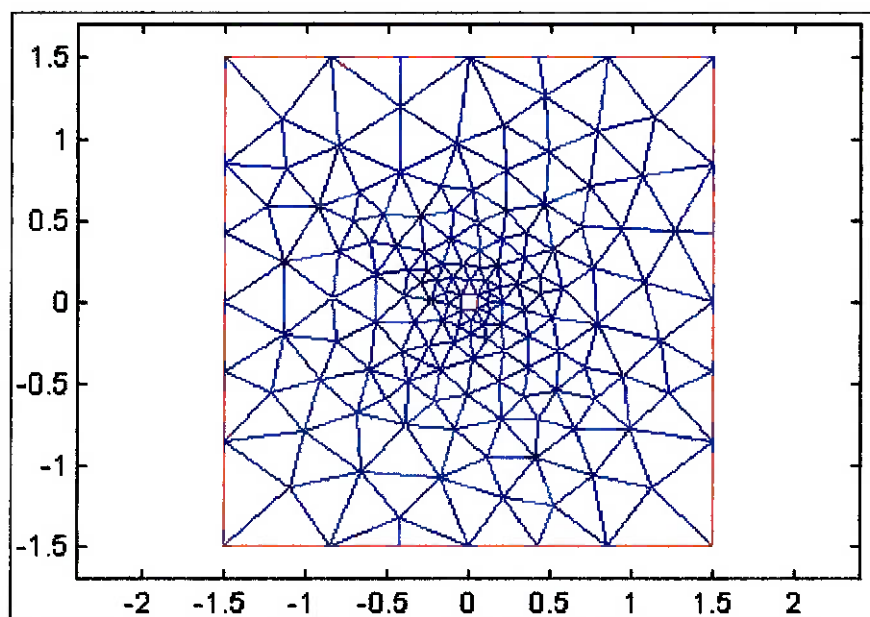


Figura 31. Estrutura Retangular com Corte Central.

UTILIZAÇÃO DA OPÇÃO PARABOLIC

Não tendo conseguido grandes avanços quanto a conseguir um sistema controlável, partiu-se para a tentativa de compreender melhor como o PDE/Toolbox estaria manipulando os dados e gerando as matrizes da planta do sistema.

Para isso, resolveu-se utilizar outro método de resolução. Até o momento estávamos utilizando o método 'Elíptico', que nos fornece um resultado em regime permanente. Utilizou-se então o método 'Parabolic', o qual trata o problema ao longo do tempo.

Dois exemplos, contidos no manual do PDE/Toolbox, foram utilizados. Um trata do aquecimento de um bloco metálico (arquivo hmb216.m, Figura 32) e o outro de uma distribuição de temperatura ao longo de uma barra cilíndrica (arquivo hbr221.m, Figura 33).

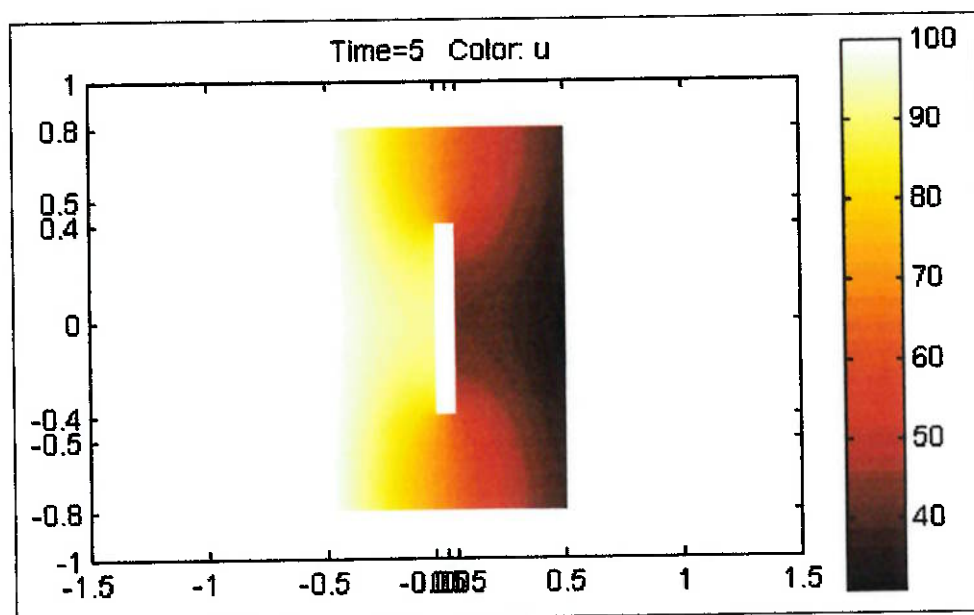


Figura 32. Aquecimento de Um Bloco Metálico

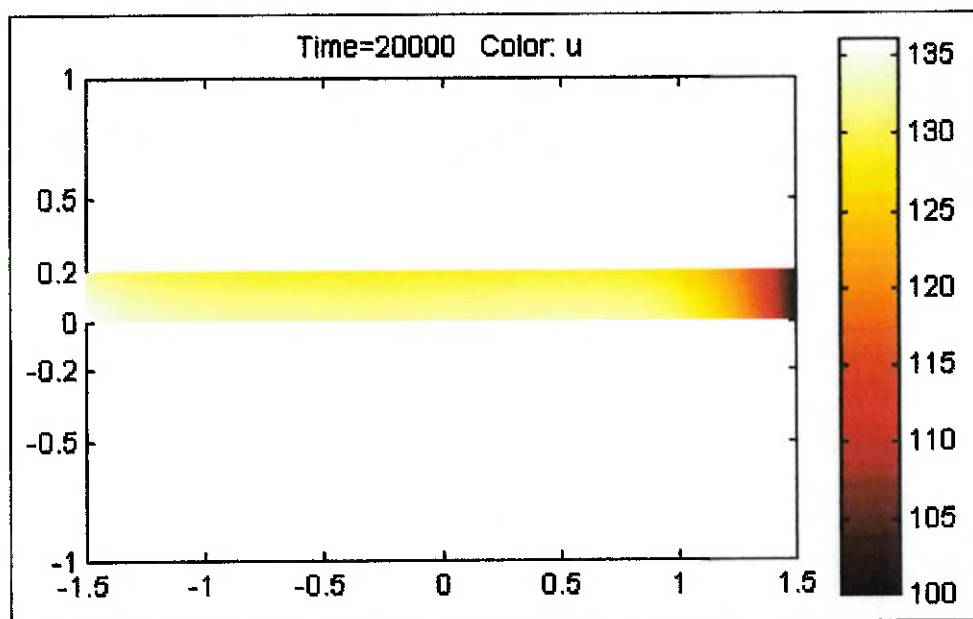


Figura 33. Distribuição de Temperatura ao Longo de Uma Barra Cilíndrica

Porém, constatou-se posteriormente que esta mudança, quanto a forma de resolução, não afetaria a geração das matrizes da planta. Isto devido a geração destas matrizes depender apenas das condições de contorno, das características do aquecedor e da malha utilizada.

UTILIZAÇÃO DA OPÇÃO DE SOLUÇÃO EIGENMODES NO PDE/ Toolbox

Através do manual do PDE/Toolbox verificou-se que este possuía uma outra forma de resolução chamada 'Eigenmodes'. Segundo o manual, a função 'pdeeig' retornaria as matrizes dos autovetores e autovalores.

Porém verificou-se posteriormente de não se tratar do que se procurava, pois os resultados variavam para execuções sucessivas para o mesmo sistema (arquivo hmb216e.m), ou seja, quando o programa resolvia o mesmo sistema pela segunda vez os resultados obtidos divergiam dos primeiros. Isto pode ser verificado pelas figuras a seguir (Figura 34 e Figura 35), o que leva a crer que o programa não estaria fornecendo exatamente o que era procurado, pois os valores das matrizes de autovalores e autovetores deveriam ser únicos para um determinado sistema.

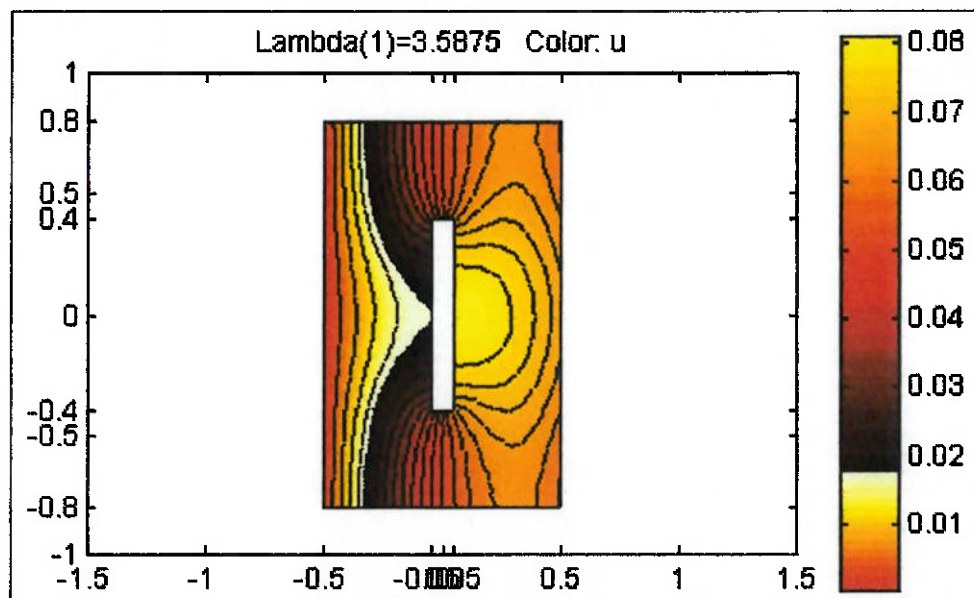


Figura 34. Primeira Resolução do Sistema.

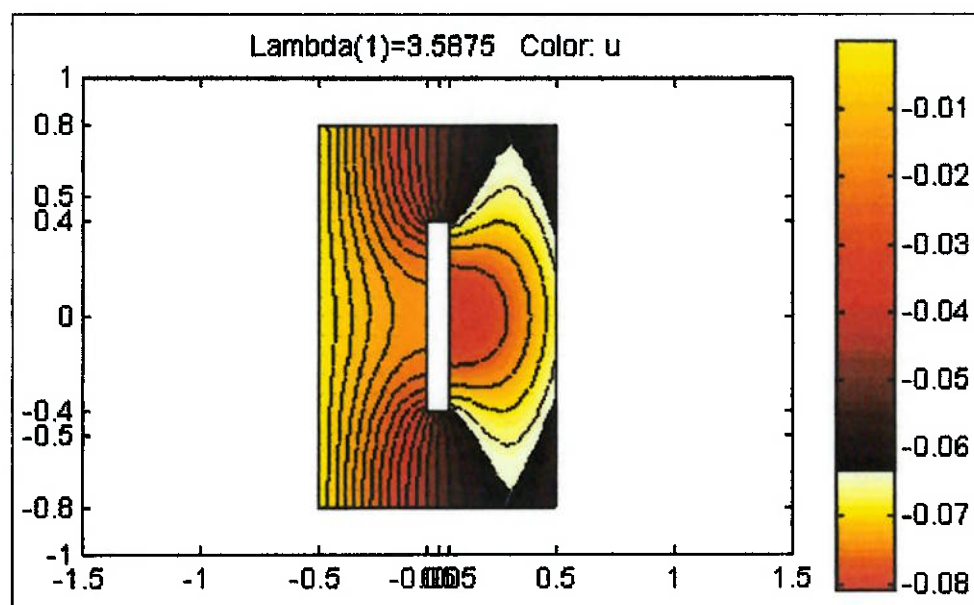


Figura 35. Nova Resolução do Sistema.

PROJETO MANUAL DE UM CONTROLADOR PARA UM SISTEMA SIMPLES

Nesta fase foi adotada uma nova forma de abordar o problema do controle. A idéia consiste em gerar uma lei de controle para um sistema mais simples, e posteriormente aplicar esta a um sistema semelhante, gerado no PDE/Toolbox, afim de entender o comportamento deste.

O modelo escolhido é de uma barra cilíndrica, isolada ao longo de seu comprimento em relação ao meio externo. Em uma de suas duas extremidades é colocada uma fonte de calor controlável, e a outra extremidade fica sujeita a 'perturbações' de temperatura do meio externo (Figura 36).

As características do sistema são as seguintes:

- ♦ Densidade do material = 7800 Kg/m^3 ;
- ♦ Capacidade térmica = $500 \text{ W.s/Kg.}^\circ\text{C}$;
- ♦ Condutividade térmica = $40 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$;
- ♦ Fonte de calor = 500 W/m^3 ;
- ♦ Fluxo de calor = 5000 W/m^2 .

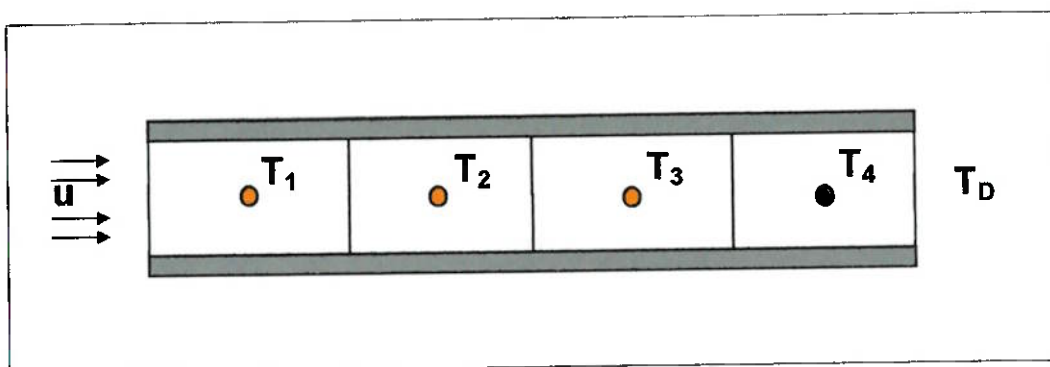


Figura 36. Esquema do Sistema a Ser Controlado

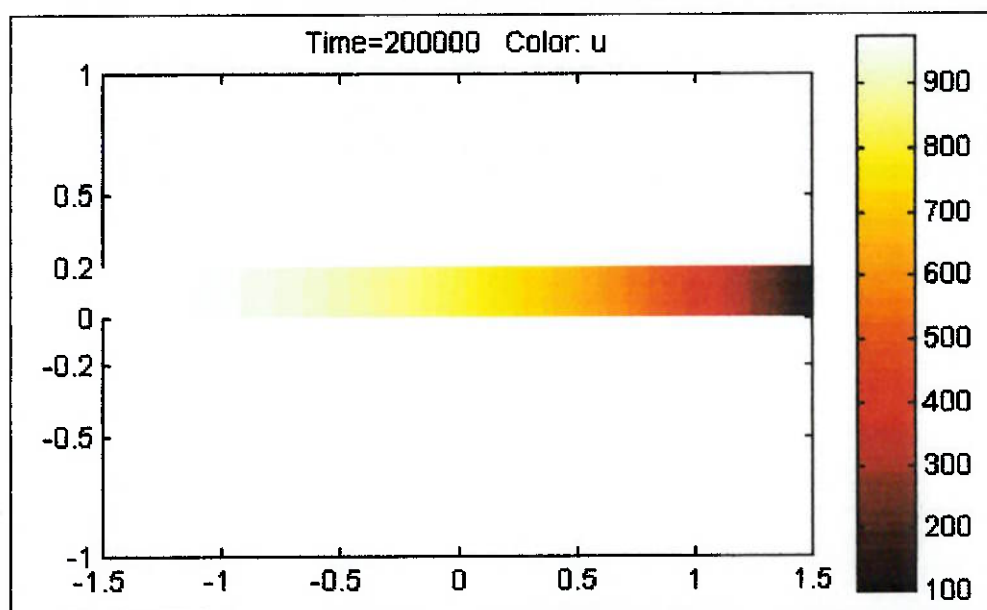


Figura 37. Sistema gerado no PDE/Toolbox (arquivo retan.m)

A modelagem do sistema foi feita a partir de seu equivalente elétrico (Figura 38) (Friedland, 87):

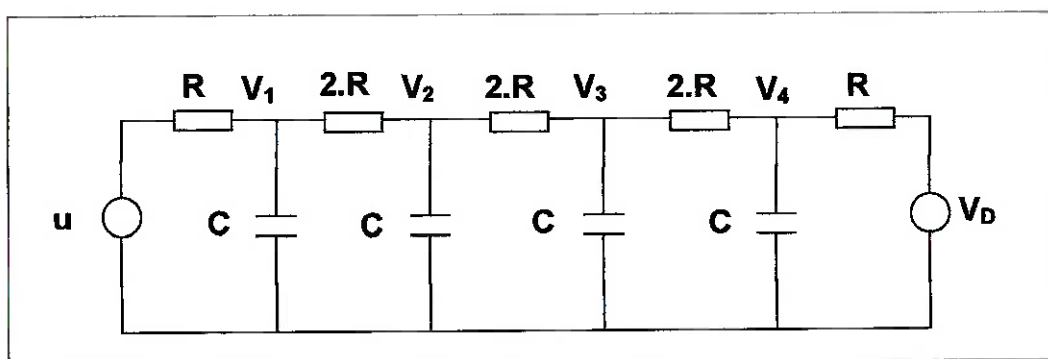


Figura 38. Equivalente Elétrico do Sistema Descrito

A tabela seguinte (Friedland, 87) resume as principais analogias entre sistemas térmicos e elétricos.

Tabela 1. Análogos elétricos para sistemas térmicos:

Sistema Térmico			Sistema Elétrico		
Medida	Símbolo	Unidade	Medida	Símbolo	Unidade
Temperatura	T	deg	Tensão	V	volt
Fluxo de Calor	q	cal / s	Corrente	i	Ampere
Resistividade Térmica	R	deg. s / cal	Resistência	R	Ω
Capacidade Térmica	C	cal / deg	Capacitância	C	Farad
Equação de Condução	$q = \frac{1}{R}(T_2 - T_1)$		$i = \frac{1}{R}(V_2 - V_1)$		
Equação de Armazenagem	$\frac{dT}{dt} = \frac{q}{C}$		$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{C}i$		

Equacionamento do Sistema

Tendo as correspondências elétricas ao sistema térmico:

$$q = C \cdot V \quad \rightarrow \quad Q = C \cdot T \quad (31)$$

$$i = \Delta V / R \quad \rightarrow \quad Q' = \Delta T / R \quad (32)$$

$$i = i_e - i_s \quad \rightarrow \quad Q' = Q'_e - Q'_s \quad (33)$$

Tem-se então as equações que representam o sistema modelado:

$$\dot{Q}_1 = u - \left[\frac{1}{2R}(T_1 - T_2) \right] = C\dot{T}_1 \quad (34)$$

$$\dot{Q}_2 = \frac{1}{2R}(T_1 + T_3 - 2T_2) = C\dot{T}_2 \quad (35)$$

$$\dot{Q}_3 = \frac{1}{2R}(T_2 + T_4 - 2T_3) = C\dot{T}_3 \quad (36)$$

$$\dot{Q}_4 = \frac{1}{R} \left(\frac{T_3}{2} + T_D - \frac{3T_4}{2} \right) = C\dot{T}_4 \quad (37)$$

Ou ainda em função das temperaturas:

$$\dot{T}_1 = \frac{1}{C} \left[u - \frac{1}{2R}(T_1 - T_2) \right] \quad (38)$$

$$\dot{T}_2 = \frac{1}{2RC}(T_1 + T_3 - 2T_2) \quad (39)$$

$$\dot{T}_3 = \frac{1}{2RC}(T_2 + T_4 - 2T_3) \quad (40)$$

$$\dot{T}_4 = \frac{1}{RC} \left(\frac{T_3}{2} + T_D - \frac{3T_4}{2} \right) = C\dot{T}_4 \quad (41)$$

Sendo: $x_p = T_p \quad (42)$

E ainda: $x_i = T_i$ (43)

Tendo sido determinadas as equações do sistema parte-se para a modelagem da planta do sistema.

Modelagem do Sistema

Tendo as equações que descrevem o sistema, basta agora, colocá-las na forma de equação matricial (arquivo manual.m) do tipo:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u + E \cdot x_p \quad (44)$$

Onde:

$$A = \begin{bmatrix} -1/2.R.C & 1/2.R.C & 0 & 0 \\ 1/2.R.C & -1/R.C & 1/2.R.C & 0 \\ 0 & 1/2.R.C & -1/R.C & 1/2.R.C \\ 0 & 0 & 1/2.R.C & -3/2.R.C \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1/C \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/R.C \end{bmatrix} \quad (47)$$

Onde R e C valem:

$$R = 7.46e-2 \text{ [deg. s / cal]} \quad (48)$$

$$C = 3.67566e3 \text{ [cal / deg]} \quad (49)$$

Modelamento do Controle

O projeto de uma estratégia LQ na presença de perturbação externa segue o desenvolvido em Friedland (87):

A partir de:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u + E \cdot x_p \quad (50)$$

considerando que a perturbação pode ser expressa por uma equação diferencial:

$$\dot{x}_p = A_p \cdot x_p \quad (51)$$

Então, estendendo o estado para englobar a perturbação:

$$\bar{x}' = \bar{A} \cdot \bar{x} + \bar{B} \cdot u \quad (52)$$

Onde:

$$\bar{A} = \left[\begin{array}{c|c} A & E \\ \hline 0 & A_p \end{array} \right] \quad (53)$$

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} e \\ \hline xp \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ \hline 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

Define-se o erro $e(t)$ por:

$$e = x - xr \quad (56)$$

$$xr = \text{referência} \quad (57)$$

Adota-se uma Função Objetivo Quadrática:

$$J = \int_0^T (x^T \bar{Q} x + u^T R u) dt \quad (58)$$

onde:

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & \vdots & 0 \\ \hline 0 & & 0 \end{bmatrix} \quad (59)$$

Como tempo (T) de integração é finito e para erro nulo em regime permanente, $B\bar{u} + E.xp = 0$, onde $\bar{u}$ é o valor do controle quando o sistema atinge regime permanente.

Define-se:

$$u = \bar{u} + v \quad (60)$$

Ou ainda:

$$v = u - \bar{u} \quad (61)$$

Substituindo no sistema original:

$$x' = A.x + B.v + B.\bar{u} + E.xp \quad (62)$$

Que pode ser reduzido a:

$$x' = A.x + B.v \quad (63)$$

Já que os dois últimos termos se anulam quando somados a Função Objetivo pode ser reescrita agora na forma:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T \bar{Q}.x + v^T .R.v) dt \quad (64)$$

A matriz S, solução da Equação associada de Riccati fica na forma:

$$S = \left[\begin{array}{c|c} S_1 & S_2 \\ \hline S_2^T & S_3 \end{array} \right] \quad (65)$$

A matriz de ganhos $\hat{k}$ é então calculada:

$$\hat{k} = R^{-1} \cdot \left[\begin{array}{c|c} B^T & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} S_1 & S_2 \\ \hline S_2^T & S_3 \end{array} \right] \quad (66)$$

Ou, desenvolvendo os termos:

$$\hat{k} = \left[\begin{array}{c|c} R^{-1}.B^T.S_1 & R^{-1}.B^T.S_2 \end{array} \right] \quad (67)$$

onde S_1 é a solução do sistema sem perturbação ($E \cdot x_p = 0$) e S_2 a solução do sistema linear abaixo, que depende de S_1 :

$$-S_2' = S_1 \cdot E + S_2 \cdot A_p + A_c^T \cdot S_2 \quad (68)$$

Onde:

$$A_c = A - B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot S_1 \quad (69)$$

Portanto a variável de controle será:

$$u = - (R^{-1} \cdot B^T \cdot S) \cdot x - R^{-1} \cdot B^T \cdot ((A - B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot S)^T)^{-1} \cdot S \cdot E \cdot x_p \quad (70)$$

$$\text{ou} \quad u = -k \cdot x - k_p \cdot x_p \quad (71)$$

Diagrama de Blocos do Simulink

A lei de controle obtida acima pode ser simulada com a planta através do Simulink/ MatLab. Para isto, a planta e o controle foram implementados em blocos separados, afim de facilitar a visualização no sistema global.

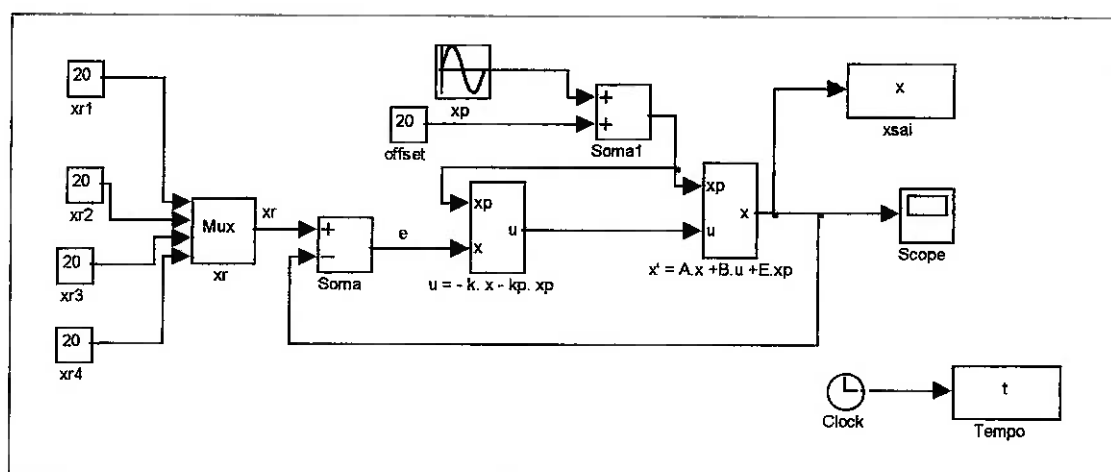


Figura 39. Diagrama Geral do Sistema Controlado

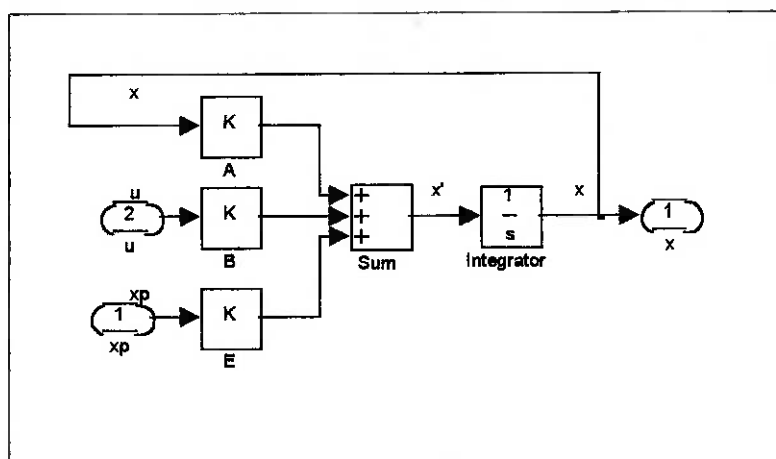


Figura 40. Planta do Sistema

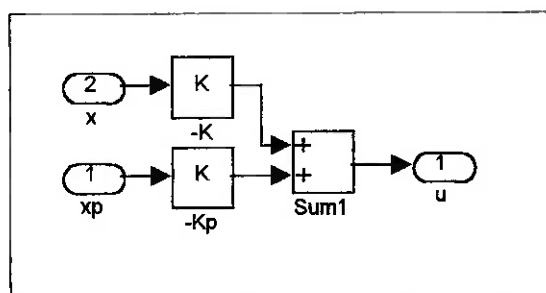


Figura 41. Controle do Sistema

Resultados Obtidos com o Controle

Com o diagrama de blocos pronto, no Simulink, partiu-se para a simulação do sistema. Foram analisadas as respostas considerando a variável de perturbação excitada em diversas frequências. Para frequências maiores, o comportamento do sistema é menos oscilatório. Já para frequências menores, o nó mais próximo da fonte de calor apresenta maiores oscilações. Isto pode ser verificados pelas respostas apresentadas a seguir (Figura 42, Figura 43):

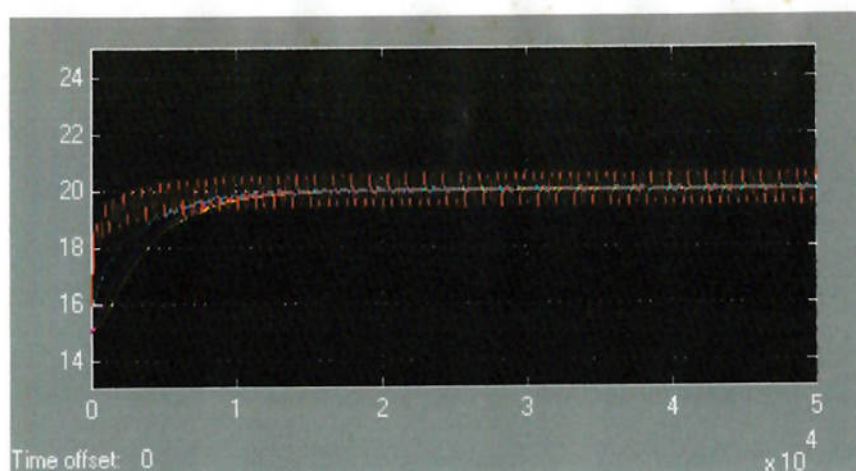


Figura 42. Resposta do Controle para Frequência de perturbação de 0.01Hz.

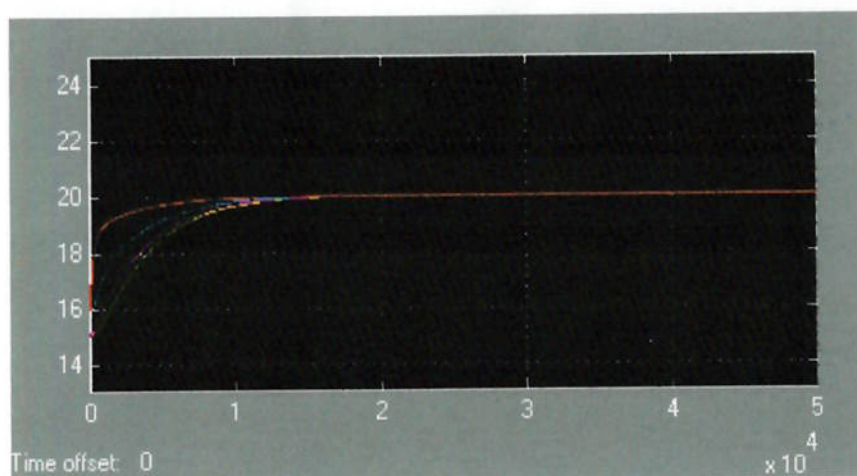


Figura 43. Resposta do Controle para Frequência de perturbação de 1.0Hz.

Conforme se pode verificar pelas respostas simuladas, o sistema de controle é capaz de estabilizar a temperatura nos nós em torno dos valores comandados 20°C.

APLICAÇÃO DO CONTROLE NO SISTEMA DO PDE/ TOOLBOX

Através de um modelo equivalente simplificado, implementado no Simulink, é possível gerar uma lei de controle (u) em função do tempo (t). Abaixo encontra-se o comportamento do controle ao longo do tempo (Figura 44):

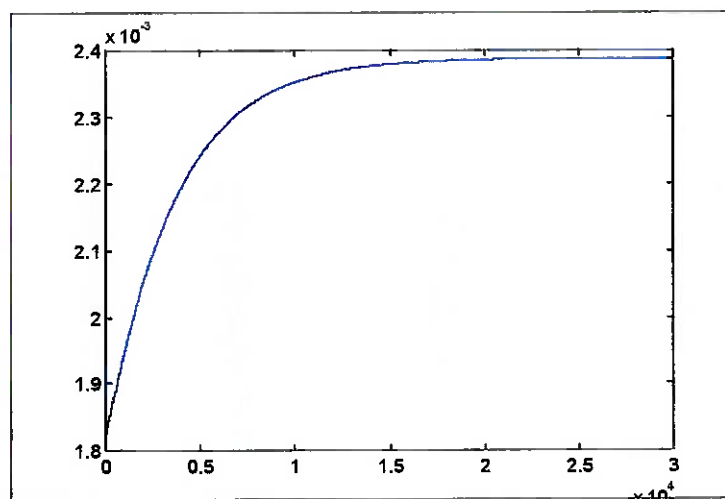


Figura 44. Gráfico de u (Variável de Controle) X t (tempo)

Como o objetivo do trabalho está no comportamento do sistema distribuído, foi feita uma tentativa de controlar o sistema no ambiente do PDE/Toolbox, aplicando o vetor u (ou para o caso u_{uss}) diretamente na condição de contorno (Figura 45), e declarando o tempo de processamento através dos parâmetros de resolução (Figura 46) :

Boundary cond. equation: $n \cdot c \cdot \text{grad}(u) + q \cdot u = g$											
Condition type:	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Coefficient</th> <th>Value</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>g</td> <td>$u_{uss} \cdot y$</td> </tr> <tr> <td>q</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>h</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>r</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	Coefficient	Value	g	$u_{uss} \cdot y$	q	0	h	1	r	0
Coefficient	Value										
g	$u_{uss} \cdot y$										
q	0										
h	1										
r	0										
☒ Neumann ☐ Dirichlet											
OK Can											

Figura 45. Janela de declaração de condição de contorno do PDE/ Toolbox

Time:

0:10:30000

$u(0)$:

0.0

Relative tolerance:

0.01

Absolute tolerance:

0.001

OK Cancel

Figura 46. . Janela de declaração dos parâmetros de resolução do PDE/ Toolbox

Isto corresponde à discretização (Figura 47) da função de controle $u(t)$ (Figura 44) e sua implementação passo-a-passo diretamente no PDE, isto é, a lei de controle é gerada externamente pelo modelo simplificada, mas a sua implementação é verificada no modelo de elementos finitos. Infelizmente, não foi identificada uma forma em que o programa permitisse entrada de dados para as condições de contorno através de variáveis. A seguinte informação de erro é sempre emitida:

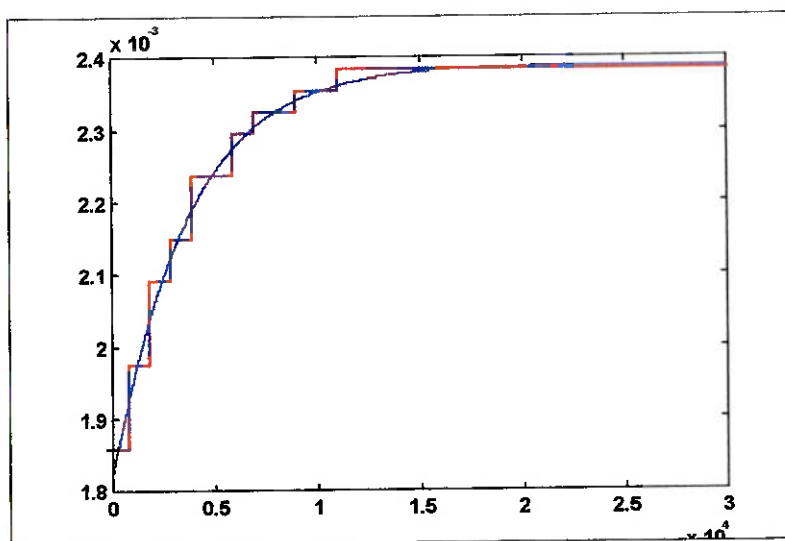


Figura 47. Discretização da lei de controle

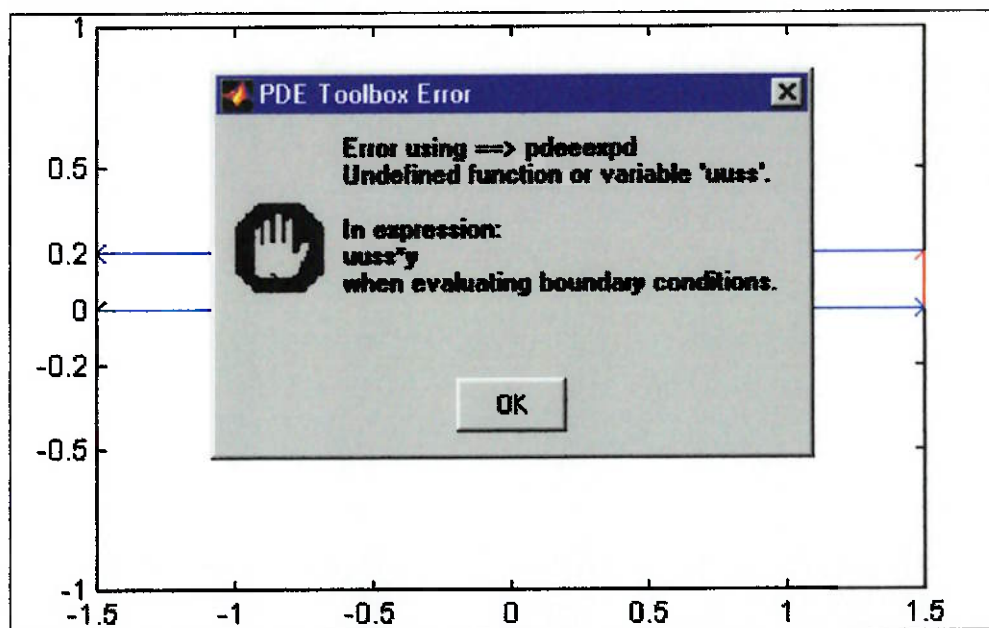


Figura 48. Mensagem de Erro ao Usar Variáveis na Declaração de Condições de Contorno

Uma nova forma pouco automatizada de aplicar o controle ao sistema do PDE/Toolbox, foi possível através da função Parabolic gerando uma metodologia através da qual pôde-se aplicar a lei de controle e extrair as diversas temperaturas do sistema ao longo do tempo de simulação, como uma entrada externa.

Metodologia da Aplicação da Lei de Controle ao PDE/ Toolbox

A metodologia consiste, basicamente, de processar passo a passo a dinâmica do controle. A cada passo varia-se o fluxo de calor (variável de controle, u) através da condição de contorno da parede esquerda (b) (Figura 49), em seguida exporta-se esta variável para o campo do MatLab. Também varia-se alguns parâmetros da função 'parabolic', como o tempo inicial e final de processamento ($T_{\text{simulação}}$), e as temperaturas iniciais nos nós da barra (T_0) (temperatura final do passo anterior) (arquivo respb.m).

$$T1 = \text{PARABOLIC}(T_0, T_{\text{simulação}}, b, p, e, t, c, a, f, d) \quad (72)$$

onde: $T1$ são as temperaturas finais do passo

T_0 são as temperaturas iniciais

$T_{\text{simulação}}$ é o vetor de tempo de simulação

b é uma condição de contorno

p , e , t são parâmetros da malha

c , a , f , d são parâmetros das características do sistema

Condition type:	Coefficient	Value
☒ Neumann	g	$0.0018 \cdot y$
☐ Dirichlet	q	0
	h	1
	r	0

OK Cancel

Figura 49. Janela de declaração de condição de contorno do PDE/ Toolbox

Devido a este método ser feito passo a passo, optou-se por reduzir a quantidade de pontos a serem considerados para diminuir a carga computacional. Da mesma forma, aumentou-se o espaçamento no tempo de simulação, conforme pode ser visto pela Figura 50 e tabela a seguir:

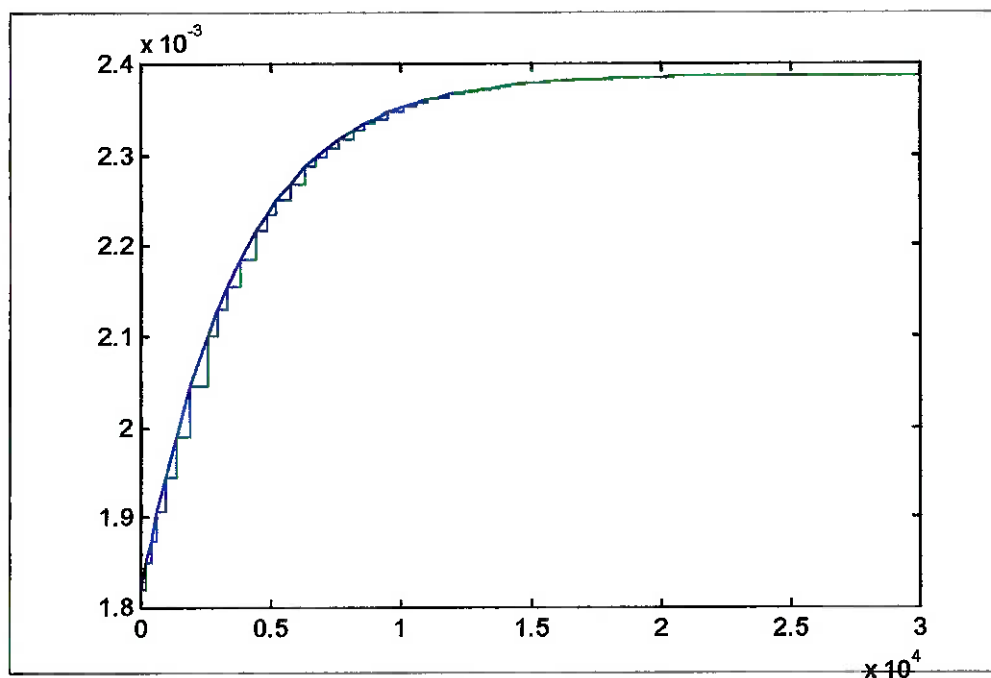


Figura 50. Discretização da lei de controle simplificada.

Tabela 2. Valores de Tempo e da Variável de Controle (u)

Tsimulação	u (Variável de Controle)
0.000000e+000	1.8200881e-003
2.2040637e+002	1.8499612e-003
3.9974755e+002	1.8738806e-003
6.4583714e+002	1.9058099e-003
9.5007028e+002	1.9434201e-003
1.3553012e+003	1.9897845e-003
1.8981303e+003	2.0449742e-003
2.5380618e+003	2.1005523e-003
2.9190742e+003	2.1292853e-003
3.3000866e+003	2.1551530e-003
3.8092207e+003	2.1857254e-003
4.4218001e+003	2.2172304e-003
4.8185357e+003	2.2349435e-003
5.2152714e+003	2.2508133e-003
5.7222536e+003	2.2687121e-003
6.3133024e+003	2.2866417e-003
6.7173507e+003	2.2973001e-003
7.1213991e+003	2.3068306e-003
7.6245546e+003	2.3173014e-003
8.2027573e+003	2.3276660e-003
8.6131940e+003	2.3340666e-003
9.0236307e+003	2.3397804e-003
9.5243174e+003	2.3459278e-003
1.0092186e+004	2.3519460e-003
1.0607296e+004	2.3566442e-003
1.1022585e+004	2.3599586e-003
1.1408373e+004	2.3627152e-003
1.1860038e+004	2.3655938e-003
1.2409176e+004	2.3686445e-003
1.2967555e+004	2.3713118e-003
1.3427523e+004	2.3732096e-003
1.3812660e+004	2.3746152e-003
1.4220610e+004	2.3759549e-003
1.4725408e+004	2.3774194e-003
1.5300175e+004	2.3788614e-003
1.5710374e+004	2.3797486e-003
1.6120573e+004	2.3805428e-003
1.6620484e+004	2.3813995e-003
1.7187863e+004	2.3822438e-003
1.7703446e+004	2.3829058e-003
1.8119407e+004	2.3833616e-003
1.8505287e+004	2.3837415e-003
1.8956350e+004	2.3841419e-003
1.9504749e+004	2.3845696e-003
2.0063261e+004	2.3849503e-003
2.0523975e+004	2.3852138e-003
2.0909500e+004	2.3854024e-003
2.1317109e+004	2.3855869e-003
2.1821150e+004	2.3857917e-003
2.2395623e+004	2.3859989e-003
2.2806439e+004	2.3861182e-003
2.3217255e+004	2.3862270e-003
2.3717098e+004	2.3863472e-003
2.4283643e+004	2.3864703e-003
2.4798682e+004	2.3865685e-003
2.5214939e+004	2.3866250e-003
2.5601482e+004	2.3866735e-003
2.6052904e+004	2.3867289e-003
2.6600936e+004	2.3867913e-003
2.7158693e+004	2.3868528e-003
2.7619230e+004	2.3868878e-003
2.8005194e+004	2.3869066e-003
2.8413357e+004	2.3869303e-003
2.8917533e+004	2.3869597e-003
2.9491440e+004	2.3869947e-003
3.0000000e+004	2.3870220e-003

O resultado da aplicação da lei de controle no sistema do PDE/ Toolbox pode ser visto pela figura a seguir (Figura 51), que mostra o comportamento da temperatura de cada nó ao longo da simulação:

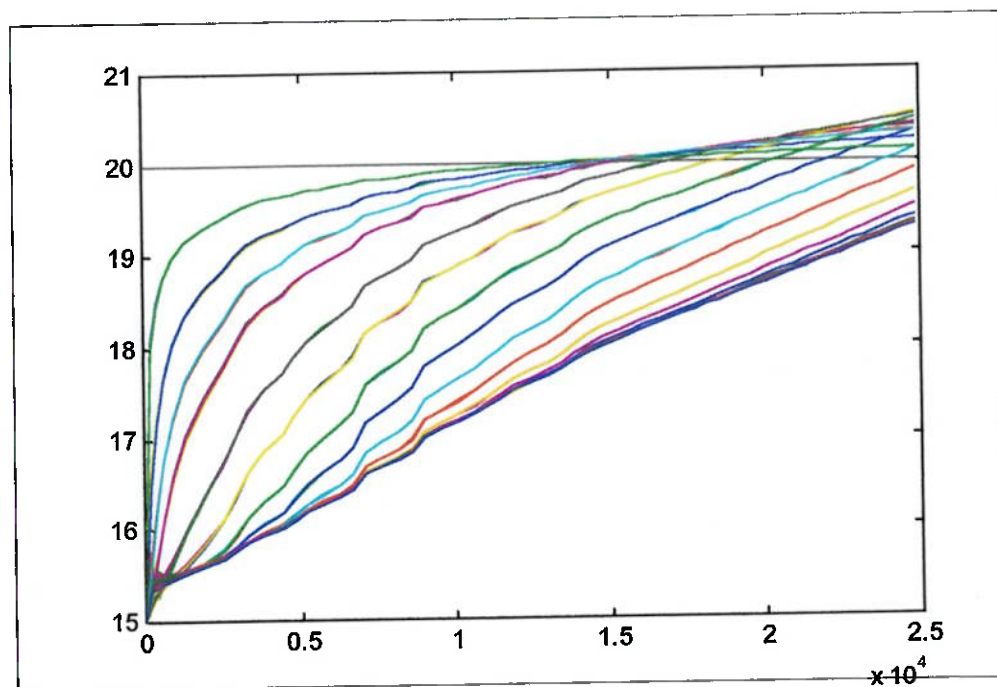


Figura 51. Temperatura dos Nós ao Longo da Simulação.

Na Figura 52 é mostrada a malha (71 nós) gerada pelo software PDE/ Toolbox para o sistema da barra analisado.

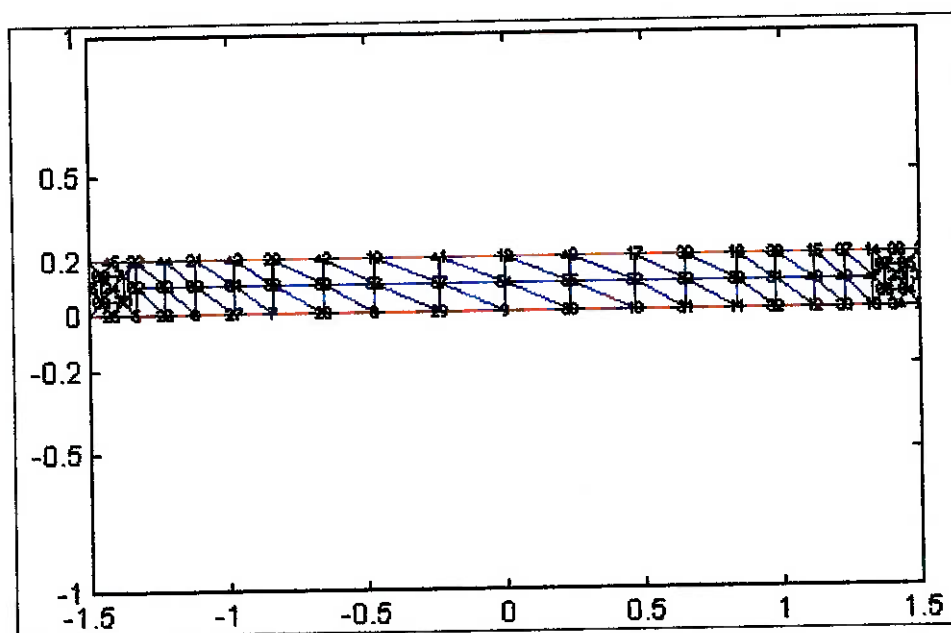


Figura 52. Malha gerada para o sistema

CONCLUSÃO

Foi possível, através deste trabalho, verificar a dificuldade de se levar em conta o comportamento espacial dos sistemas estudados em relação ao seu projeto de controle. Esta relação é fundamental nos estudos de controle na área térmica, por exemplo, pois leva em consideração a distribuição espacial da temperatura, raramente considerada na modelagem de problemas. A principal conclusão do trabalho é que as interfaces entre softwares de modelagem e simulação de sistemas distribuídos e de projeto e simulação de sistemas de controle devem ser ainda desenvolvidos para se atingir um mínimo de condições de projeto.

Apesar de todos os esforços não foi possível obter diretamente o controle a partir da malha de elementos finitos gerada pelo PDE/ Toolbox, e sim, verificar o controle obtido por um sistema equivalente simplificado. Uma primeira contribuição para avançar na direção dos objetivos propostos originalmente é aumentar a dimensão do sistema equivalente até alcançar compatibilidade com o PDE.

A utilização do PDE / Toolbox mostrou-se complicada. Uma das razões é devida a seu manual ser de difícil entendimento, pois pouco esclarece os métodos de resolução empregados e não indica alternativas a problemas diferentes dos lá exemplificados.

Finalmente, a utilização de redução modal não gerou resultados consistentes. Embora não se tenha criado um diagnóstico definitivo, a redução, possivelmente, ficou comprometida devido as condições de contorno geradas pelo PDE / Toolbox.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- KOYAMA, Hilário M., e Gizzi, Jefferson E., *Desenvolvimento de Sistemas de Controle Térmico de Ambientes*, Trabalho de Graduação, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1996.
- FRIEDLAND, Bernard, *Control System Design*, 2ª Ed., McGraw-Hill Book Company, c1986.
- MATH WORKS, *PDE - Partial Differential Equations Toolbox*, User's Guide, 1995
- COMSOL Inc (1), *Thermal Regulator: PDE Toolbox – Simulink Application*, Internet page, <http://www.comsol.se/Matlab/Demos/chamber.html>.
- COMSOL Inc (2), *PDE Toolbox*, Internet page, http://www.comsol.se/Matlab/pde_tb.html.
- COMSOL Inc (3), *Matlab Demos*, Internet page, <http://www.comsol.se/Matlab/Demos/index.html>
- OGATA, Katsuhiko, *Engenharia de Controle Moderno*, 2ª Ed., Editora Prentice Hall do Brasil Ltda, Rio de Janeiro, c1993.
- INCROPERA, F. P., e Dewitt, D. P., *Fundamentos de Transferência de Calor e Massa*, 3ª Ed., Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, c1992.
- PDE SOLUTIONS Inc, *Flex PDE*, Internet page, <http://www.pdesolutions.com>.
- HART, David, *MatLab PDE Toolbox*, Stat/Math Center, Internet page, <http://www.indiana.edu/~statmath/math/matlab/pde/index.html>, Indiana University, 1997.

ANEXOS DE PROGRAMAS

chamtubtes2.m

```
function pdemodel

[pde_fig,ax]=pdeinit;

pdetool('appl_cb',1);

pdetool('snapon','on')

set(ax,'DataAspectRatio',[1 1
1])

set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1.
5 1 1])

set(ax,'XLimMode','auto');

set(ax,'YLimMode','auto');

set(ax,'XTickMode','auto');

set(ax,'YTickMode','auto');
set(ax,'XLim',[-2.4 0.4]);
set(ax,'YLim',[-0.7 1.7]);

% Geometry description:
pderect([1.5000002 -1.5000002 -
1.5000002 0.0],'S1');
pderect([0 1.5000002 1.5000002
-1.5000002],'R1');
pdecirc(0.0,0.0,1.50000000000000
0001,'C1');

set(findobj(get(pde_fig,'Children'),
'Tag','PDEEval'),'String',
'C1-(S1+R1)')

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
%pdesetbd(4,...
%'neu',...
%1,...
%'1',...
%'1')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
'1',...
'1')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
```

```
% Mesh generation:
setupprop(pde_fig,'trisize',1.6)
;
setupprop(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setupprop(pde_fig,'refinemethod',
'regular');
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
'1.0',...
'0.0',...
'10.0',...
'1.0',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setupprop(pde_fig,'currparam',..
.
['1.0 '];...
'0.0 '];...
'10.0',...
'1.0 '])

% Solve parameters:
setupprop(pde_fig,'solveparam',.
..
str2mat('0','1000','10','pdeadw
orst',...
'0.5','longest','0','1E-
4','','fixed','Inf'))
```

```
% Plotflags and user data
strings:
setupprop(pde_fig,'plotflags',[1
1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0
1]);
setupprop(pde_fig,'colstring',''
);
setupprop(pde_fig,'arrowstring',
'');
setupprop(pde_fig,'deformstring',
'');
setupprop(pde_fig,'heightstring',
'');
```

chamtubextes2.m

chamtubextes2

```
disp('Export your boundary
conditions and mesh now. Type
return when finished')
```

keyboard

save chambergeom g b p e t

chamber

Chambersim.m

```
function [sys,x0] =  
chambersim(time,x,u,flag,T0,Th,  
nterm,xh,yh,rh)  
  
% t = tempo  
  
% x = temperatura nos nós do  
chamber  
  
% u : u(1) = 0 or 1 (aquecedor  
ligado ou desligado)  
  
% u(2) = temperatura  
externa  
  
%  
%  $M \cdot dx/dt = K \cdot x + F \cdot u(1)$ ,  $R = \text{chol}(M)$   
global R F G K Q  
  
if abs(flag) == 1  
sys = R \ (R' \ (F*u(1) + G*u(2) -  
K*x));  
elseif flag == 3  
sys = [u(2); max(x); x(nterm)];  
elseif flag == 0  
load chambergeom  
xh = num2str(xh);  
yh = num2str(yh);  
rh = num2str(rh);  
f = ['(x-' xh ')'.^2 + (y-' yh  
)'.^2 < ' rh '^2'];  
rho = 1.2250;  
cair = 1005.4;  
kd = 0.78; Ld = .05;  
Qd = Ld/kd;  
[K,M,F,Q,G,H,R] =  
asempde(b,p,e,t,1,rho*cair,f);  
F = F*Th;  
G = G/Qd;  
K = K+Q/Qd;  
R = chol(M);  
N = size(p,2);  
sys = [N 0 3 2 0 0];  
x0 = T0*ones(N,1);  
else  
sys = [];  
end
```

matriz.m

```
function [mat,B,Bp] =  
matriz(T0,Th,nterm,xh,yh,rh)  
  
% x = Nodes in the chamber  
  
%  $M \cdot dx/dt = K \cdot x + F \cdot u(1)$ ,  $R = \text{chol}(M)$   
  
% Matriz(19,500,9,0.0,0.0,0.5)  
  
global R F G K Q  
  
load chambergeom  
xh = num2str(xh);  
yh = num2str(yh);  
rh = num2str(rh);  
f = ['(x-' xh ')'.^2 + (y-' yh  
)'.^2 < ' rh '^2'];  
rho = 1.2250;  
cair = 1005.4;  
kd = 0.78;  
Ld = .05;  
Qd = Ld/kd;  
[K,M,F,Q,G,H,R] =  
asempde(b,p,e,t,1,rho*cair,f);  
F = F*Th;  
G = G/Qd;  
K = K+Q/Qd;  
R = chol(M);  
mat = R \ (R' \ (-K));  
B = R \ (R' \ (F));  
Bp = R \ (R' \ (G));
```

Chambersim.m (Método de Redução sem reduzir de fato)

% Método de redução sem reduzir
de fato

```
function [sys,x0] =  
chambersim(time,x,u,flag,T0,Th,  
nterm,xh,yh,rh)  
  
global VAVra VBra VBpra vvr  
if abs(flag) == 1  
% return state derivatives  
y=vvr*x;  
sys =  
vvr \ (VBra*u(1) + VBpra*u(2) + VAVra  
*y);  
elseif flag == 3  
% return system output  
sys = [u(2); max(x); x(nterm)];  
elseif flag == 0  
load chambergeom  
load v.txt  
load VAVra.txt  
load VBra.txt  
load VBpra.txt  
vvr=v(:,:);
```

```

N = size(VBra,1);
sys = [N 0 3 2 0 0];
N = size(p,2);
sys = [N 0 3 2 0 0]; % N é o
tamanho da 'malha'=N
x0 = T0*ones(N,1);
else
sys = [];
end

```

Chambersim.m (Reduzido)

```

% Redução no campo modal

function [sys,x0] =
chambersim(time,x,u,flag,T0,Th,
nterm,xh,yh,rh)

global VAVr VBra VBpr vvr
if abs(flag) == 1
% return state detrivatives
y=vvr*x;
sys =
vvr\ (VBra*u(1)+VBpra*u(2)+VAVra
*y);
elseif flag == 3
% return system output
sys = [u(2);max(x);x(nterm)];
elseif flag == 0
load chambergeom
load v.txt
load VAVra.txt
load VBra.txt
load VBpra.txt

vvr=v(:, [6,8,9,11,12,13,14,18,2
0]);
N = size(VBra,1);
sys = [N 0 3 2 0 0];
N = size(p,2);
sys = [N 0 3 2 0 0]; % N é o
tamanho da 'malha'=N
x0 = T0*ones(N,1);
else
sys = [];
end

```

Chamber.m

```

Model {
Name
"chamber5"
Version 2.00
SimParamPage
Solver
SampleTimeColors off

```

```

WideVectorLines on
PaperOrientation
landscape
StartTime "0.0"
StopTime
"3600*6"
Solver
ode15s
RelTol "1e-
3"
AbsTol "1e-
6"
Refine "1"
MaxStep "180"
InitialStep
"auto"
FixedStep
"auto"
MaxOrder 5
OutputOption
RefineOutputTimes
OutputTimes "[]"
LoadExternalInput off
ExternalInput "[t,
u]"
SaveTime on
TimeSaveName
"time"
SaveState off
StateSaveName
"xout"
SaveOutput off
OutputSaveName
"yout"
LoadInitialState off
InitialState
"xInitial"
SaveFinalState off
FinalStateName
"xFinal"
LimitMaxRows off
MaxRows
"1000"
Decimation "1"
AlgebraicLoopMsg
warning
MinStepSizeMsg
warning
UnconnectedInputMsg
warning
UnconnectedOutputMsg
warning
UnconnectedLineMsg
warning
ConsistencyChecking off
ZeroCross on
PreLoadFcn
"thermdat;"
BlockDefaults {
Orientation
right
ForegroundColor
black

```

BackgroundColor		Name
white		"Chamber"
DropShadow	off	Position
NamePlacement		[275, 65, 345, 85]
normal		FunctionName
FontName		"chambersim"
"Helvetica"		Parameters
FontSize	10	"17 300 17 0.5 0.5 0.3"
FontWeight		}
normal		Block {
FontAngle		BlockType
normal		Sum
ShowName	on	Name
}		"Exterior\nTemp."
AnnotationDefaults {		Position
HorizontalAlignment		[170, 90, 190, 125]
center		Inputs
VerticalAlignment		"++"
middle		}
ForegroundColor		Block {
black		BlockType
BackgroundColor		Mux
white		Name
DropShadow	off	"Mux"
FontName		Position
"Helvetica"		[215, 56, 250, 89]
FontSize	10	Inputs
FontWeight		"2"
normal		}
FontAngle		Block {
normal		BlockType
}		Sum
System {		Name
Name		"Sum"
"chamber5"		Position
Location		[90, 25, 110, 60]
[285, 182, 880, 482]		Inputs
Open	on	"+-"
ScreenColor		}
white		Block {
Block {		BlockType
BlockType		Relay
Fcn		Name
Name	"	"Switch"
Sensor\nTemp."		Position
Position		[155, 27, 190, 63]
[365, 150, 405, 170]		OnSwitchValue
Expr		"2"
"u(3)"		OffSwitchValue
}		"-2"
Block {		OnOutputValue
BlockType		"1"
Constant		OffOutputValue
Name		"0"
"Avg. Exterior\nTemp"		}
Position		Block {
[105, 90, 125, 110]		BlockType
Value		SubSystem
"15"		Name
}		"Temperature\nMonitors\n(out,ma
Block {		x,sensor)"
BlockType		Position
S-Function		[380, 55, 410, 95]

```

        ShowPortLabels
off
        MaskType
"Storage scope."
        MaskDescription
"Storage scope using MATLAB
graph window.\nEnter "

"plotting ranges and line
type."
        MaskHelp
"This block uses a MATLAB
figure window to "

"plot the input signal. The
graph limits "

"are automatically scaled to
the min and max "

"values of the signal stored in
the scope's "

"signal buffer. Line type must
be in quotes. "

"See the M-file sfunyst.m."
        MaskPromptString
"Initial Time Range:|Initial y-
min:|Initial "

"y-max:|Storage pts.:|Line type
(rgbw-.:xo):"
        MaskStyleString
"edit,edit,edit,edit,edit"
        MaskInitialization
"npts = @4; color = @5; ax =
[0, @1, @2, @3]; "

"dt=-1;"
        MaskDisplay
"plot(0,0,100,100,[83,76,63,52,
42,38,28,16,11,84,"

"11,11,11,90,90,11],[75,58,47,5
4,72,80,84,74,65,6"

"5,65,90,40,40,90,90]))"
        MaskIconFrame
on
        MaskIconOpaque
on
        MaskIconRotate
off
        MaskIconUnits
autoscale
        MaskValueString
"60|10|20|1000|'b-/r-/g-' "
        System {
            Name
"Temperature\nMonitors\n(out,ma
x,sensor)"

```

```

        Location
[0, 40, 274, 233]
        Open
off
        ScreenColor
white
        Block {
            BlockType
Inport
            Name
"x"
            Position
[65, 55, 85, 75]
            Port
"1"
            PortWidth
"-1"
            SampleTime
"-1"
        }
        Block {
            BlockType
S-Function
            Name
"S-function\nM-file which
plots\nlines\n"
            Position
[130, 55, 180, 75]
            CopyFcn
"sfunyst([],[],[],'CopyBlock')"
            DeleteFcn
"sfunyst([],[],[],'DeleteBlock'
)"
            LoadFcn
"sfunyst([],[],[],'LoadBlock')"
            FunctionName
"sfunyst"
            Parameters
"ax, color, npts, dt"
        }
        Block {
            BlockType
Terminator
            Name
"Terminator"
            Position
[200, 55, 220, 75]
        }
        Line {
            SrcBlock
"S-function\nM-file which
plots\nlines\n"
            SrcPort
1
            DstBlock
"Terminator"
            DstPort
1
        }
        Line {
            SrcBlock
"x"

```

1	SrcPort		SrcPort	1
			Points	
	DstBlock		[20, 0; 0, -35]	
"S-function\nM-file which			DstBlock	
plots\nlines\n"			"Exterior\nTemp."	
	DstPort		DstPort	2
1			}	
	}		Line {	
			SrcBlock	
	Block {		"Avg. Exterior\nTemp"	
	BlockType		SrcPort	1
Constant			DstBlock	
Name			"Exterior\nTemp."	
"Thermostat\nsetting"			DstPort	1
Position			}	
[25, 25, 45, 45]			Line {	
Value			SrcBlock	"
"20"			Sensor\nTemp."	
			SrcPort	1
			Points	
	Block {		[0, 40; -335, 0]	
	BlockType		DstBlock	
ToWorkspace			"Sum"	
Name			DstPort	2
"To Workspace"			}	
Position			Line {	
[365, 17, 415, 33]			SrcBlock	
VariableName			"Mux"	
"yout"			SrcPort	1
Buffer			DstBlock	
"10000"			"Chamber"	
Decimation			DstPort	1
"1"			}	
SampleTime			Line {	
"0"			SrcBlock	
			"Sum"	
	Block {		SrcPort	1
	BlockType		DstBlock	
Sin			"Switch"	
Name			DstPort	1
"Variation of\nExterior Temp"			}	
Position			Line {	
[105, 140, 125, 160]			SrcBlock	
Amplitude			"Switch"	
"10"			SrcPort	1
Frequency			Points	
"2*pi/(3*3600)"			[0, 20]	
Phase			DstBlock	
"0"			"Mux"	
SampleTime			DstPort	1
"-1"			}	
			Line {	
	Line {		SrcBlock	
	SrcBlock		"Exterior\nTemp."	
"Thermostat\nsetting"			SrcPort	1
SrcPort	1		Points	
DstBlock			[5, 0]	
"Sum"			DstBlock	
DstPort	1		"Mux"	
			DstPort	2
	}		}	
	Line {		Line {	
	SrcBlock			
"Variation of\nExterior Temp"				

```

        SrcBlock
"Chamber"
        SrcPort
        Points
[0, 0]
        Branch {
            DstBlock
"Sensor\nTemp."
            DstPort
1
        }
        Branch {
            DstBlock
"Temperature\nMonitors\n(out,ma
x,sensor)"
            DstPort
1
        }
        Branch {
            DstBlock
"To Workspace"
            DstPort
1
        }
    }
    Annotation {
        Position
[222, 177]
        VerticalAlignment
top
        Text
"Temp. at\nsensor"
    }
    Annotation {
        Position
[222, 20]
        VerticalAlignment
top
        Text
"Thermostst\ncommand"
    }
    Annotation {
        Position
[127, 27]
        VerticalAlignment
top
        Text
"Terr"
    }
}

```

```

load dr.txt
load B.txt
load Bp.txt
load v.txt
load A.txt

Ar=vr*dr*inv(vr);
%save
e:\marcelo\tf\autos2\Ar1.txt Ar
-ascii

VAV_1=v*A*inv(v);
vAvr=VAV_1([6,8,9,11,12,13,14,1
8,20],[6,8,9,11,12,13,14,18,20]
);
Ar2=inv(vr)*vAvr*vr;
%save
e:\marcelo\tf\autos2\Ar2.txt
Ar2 -ascii

VB=v*B;
VBp=v*Bp;

VAVr=vr*Ar*inv(vr);
save
e:\marcelo\tf\autos2\VAVr.txt
VAVr -ascii

VBr=VB([6,8,9,11,12,13,14,18,20
],:);
VBpr=VBp([6,8,9,11,12,13,14,18,
20],:);
save
e:\marcelo\tf\autos2\VBr.txt
VBr -ascii
save
e:\marcelo\tf\autos2\VBpr.txt
VBpr -ascii

Br=inv(vr)*VBr;
Bpr=inv(vr)*VBpr;
%save
e:\marcelo\tf\autos2\Br.txt Br
-ascii
%save
e:\marcelo\tf\autos2\Bpr.txt
Bpr -ascii

```

Reduz.m

```

% Redução Modal das Matrizes A
B Bp

clear all

load vr.txt

```

Reduzz.m

```

% Verificando se o processo de
redução esta correto
% Aplicando o método de redução
sem eliminar nenhum modo

```

```

clear all

load vr.txt
load dr.txt
load B.txt
load Bp.txt
load v.txt
load d.txt
load A.txt

Ara=v*d*inv(v);

VAV_1=v*A*inv(v);
vAvra=VAV_1(:, :);
%save
e:\marcelo\tf\autos2\vAvra.txt
vAvra -ascii

VB=v*B;
VBp=v*Bp;

VBra=VB([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,1
1,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21
,22,23,24,25], :);
VBpra=VBp([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10
,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,
21,22,23,24,25], :);
save
e:\marcelo\tf\autos2\VBra.txt
VBra -ascii
save
e:\marcelo\tf\autos2\VBpra.txt
VBpra -ascii

Bra=inv(v)*VBra;
Bpra=inv(v)*VBpra;
%save
e:\marcelo\tf\autos2\Bra.txt
Bra -ascii
%save
e:\marcelo\tf\autos2\Bpra.txt
Bpra -ascii

```

Grafmod.m

```

% Gera gráficos dos modos de
vibração 3D
% sobre a superfície analisada

clear all
close all

load cc6.txt
load cc8.txt
load cc9.txt

```

```

load ccl1.txt
load ccl2.txt
load ccl3.txt
load ccl4.txt
load ccl8.txt
load cc20.txt

load pontt2.txt

ppx=pontt2(1,:);
ppy=pontt2(2,:);

pz6=cc6(:,2);
pz8=cc8(:,2);
pz9=cc9(:,2);
pz11=ccl1(:,2);
pz12=ccl2(:,2);
pz13=ccl3(:,2);
pz14=ccl4(:,2);
pz18=ccl8(:,2);
pz20=cc20(:,2);

zzz='pz6';
eval(['ppz='zzz ';'])
vv=zeros(length(ppz));
for i=1:length(ppz),
    vv(i,i)=ppz(i);
end;
eval(['zzz '=vv;'])

zzz='pz8';
eval(['ppz='zzz ';'])
vv=zeros(length(ppz));
for i=1:length(ppz),
    vv(i,i)=ppz(i);
end;
eval(['zzz '=vv;'])

zzz='pz9';
eval(['ppz='zzz ';'])
vv=zeros(length(ppz));
for i=1:length(ppz),
    vv(i,i)=ppz(i);
end;
eval(['zzz '=vv;'])

zzz='pz11';
eval(['ppz='zzz ';'])
vv=zeros(length(ppz));
for i=1:length(ppz),
    vv(i,i)=ppz(i);
end;
eval(['zzz '=vv;'])

zzz='pz12';
eval(['ppz='zzz ';'])
vv=zeros(length(ppz));
for i=1:length(ppz),
    vv(i,i)=ppz(i);
end;
eval(['zzz '=vv;'])

zzz='pz13';

```

```

eval(['ppz=' zzz ''])
vv=zeros(length(ppz));
for i=1:length(ppz),
    vv(i,i)=ppz(i);
end;
eval([zzz '=vv;'])

zzz='pz14';
eval(['ppz=' zzz ''])
vv=zeros(length(ppz));
for i=1:length(ppz),
    vv(i,i)=ppz(i);
end;
eval([zzz '=vv;'])

zzz='pz18';
eval(['ppz=' zzz ''])
vv=zeros(length(ppz));
for i=1:length(ppz),
    vv(i,i)=ppz(i);
end;
eval([zzz '=vv;'])

zzz='pz20';
eval(['ppz=' zzz ''])
vv=zeros(length(ppz));
for i=1:length(ppz),
    vv(i,i)=ppz(i);
end;
eval([zzz '=vv;'])

%save
e:\marcelo\tf\textos\ppx.txt
ppx -ascii
%save
e:\marcelo\tf\textos\ppy.txt
ppy -ascii
%save
e:\marcelo\tf\textos\pz6.txt
pz6 -ascii
%save
e:\marcelo\tf\textos\pz8.txt
pz8 -ascii
%save
e:\marcelo\tf\textos\pz9.txt
pz9 -ascii
%save
e:\marcelo\tf\textos\pz11.txt
pz11 -ascii
%save
e:\marcelo\tf\textos\pz12.txt
pz12 -ascii
%save
e:\marcelo\tf\textos\pz13.txt
pz13 -ascii
%save
e:\marcelo\tf\textos\pz14.txt
pz14 -ascii
%save
e:\marcelo\tf\textos\pz18.txt
pz18 -ascii

```

```

%save
e:\marcelo\tf\textos\pz20.txt
pz20 -ascii

%surf(pontt2(1,:) ', -
pontt2(2,:) ', pz8)
%figure
ppaa=[1,17,8,13,4,16,7,12,3,15,
18,24,21,25,19,10,5,22,9,23,6,1
1,20,14,2];
%plot(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,
ppaa)',pontt2(1,ppaa)',pontt2(2
,ppaa)', 'or')

figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz6(ppaa,ppaa))
view([-3 1.5 2])
title('modo 6')
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz6(ppaa,ppaa))
view([-4 1.5 .02])
title('modo 6')

figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz8(ppaa,ppaa))
view([-3 1.5 2])
title('modo 8')
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz8(ppaa,ppaa))
view([-4 1.5 .02])
title('modo 8')

figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz9(ppaa,ppaa))
view([-3 1.5 2])
title('modo 9')
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz9(ppaa,ppaa))
view([-4 1.5 .02])
title('modo 9')

figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz11(ppaa,ppaa))
view([-3 1.5 2])
title('modo 11')
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz11(ppaa,ppaa))
view([-4 1.5 .02])
title('modo 11')

figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz12(ppaa,ppaa))
view([-3 1.5 2])
title('modo 12')

```

```
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz12(ppaa,ppaa))
view([-4 1.5 .02])
title('modo 12')
```

```
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz13(ppaa,ppaa))
view([-3 1.5 2])
title('modo 13')
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz13(ppaa,ppaa))
view([-4 1.5 .02])
title('modo 13')
```

```
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz14(ppaa,ppaa))
view([-3 1.5 2])
title('modo 14')
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz14(ppaa,ppaa))
view([-4 1.5 .02])
title('modo 14')
```

```
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz18(ppaa,ppaa))
view([-3 1.5 2])
title('modo 18')
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz18(ppaa,ppaa))
view([-4 1.5 .02])
title('modo 18')
```

```
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz20(ppaa,ppaa))
view([-3 1.5 2])
title('modo 20')
figure
surf(pontt2(1,ppaa)',pontt2(2,p
paa)',pz20(ppaa,ppaa))
view([-4 1.5 .02])
title('modo 20')
```

Control.m

```
load e:\marcelo\tf\autos3\A.tff
load e:\marcelo\tf\autos3\B.tff
load
e:\marcelo\tf\autos3\Bp.tff
```

```
sa=size(A)
```

```
sb=size(B)
h=ctrb(A,B);
detrmh=det(h)
rankh=rank(h)
```

```
save e:\marcelo\tf\autos3\h.ctr
h -ascii -double
```

Matriz(2).m

```
function [A,B,Bp] =
matriz(T0,Th,nterm,xh,yh,rh)
% x = Nodes in the chamber
% M*dx/dt=K*x+F*u(1), R=chol(M)
% matriz(19,500,9,0.5,0.5,0.5)
global R F G K Q

load chambergeom
xh = num2str(xh);
yh = num2str(yh);
rh = num2str(rh);
xh2 = -0.53033;
yh2 = -0.53033;
rh2 = 0.3;
xh2 = num2str(xh);
yh2 = num2str(yh);
rh2 = num2str(rh);
f = ['(x-' xh ')'.^2+(y-' yh
')'.^2<' rh '^2'];
% f2=['(x-' xh2 ')'.^2+(y-'
yh2 ')'.^2<' rh2 '^2'];
%sss=size(f)
rho = 1.2250;
cair = 1005.4;
kd = 0.78;
Ld = .05;
Qd = Ld/kd;
jjjjjjjjjjj=issparse(b)
[K,M,F,Q,G,H,R] =
asempde(b,p,e,t,1,rho*cair,f);
%[K2,M2,F2,Q2,G2,H2,R2] =
asempde(b,p,e,t,1,rho*cair,f2)
;
%F-F2
%K-K2
%M-M2
%Q-Q2
%G-G2
%H-H2
%R-R2
F = F*Th;
%ssssf=size(F)
G = G/Qd;
K = K+Q/Qd;
R = chol(M);
A = R\ (R'\ (-K));
B = R\ (R'\ (F));
Bp = R\ (R'\ (G));
```

cham2.m

```
function pdemodel

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',1);
pdetool('snaon','on')
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1 1])
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1.5 1 1])
set(ax,'XLimMode','auto');
set(ax,'YLimMode','auto');
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');
set(ax,'XLim',[-2.4 2.4]);
set(ax,'YLim',[-1.7 1.7]);

% Geometry description:
pderect([1.500000 -1.500000 -1.500000 1.500000],'SQ1');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','SQ1')

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(4,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
% '1',...
% '1')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
% '1',...
% '1')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')

% Mesh generation:
setuprop(pde_fig,'trisize',1.8);
;
setuprop(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setuprop(pde_fig,'refinemethod','regular');
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
```

```
pdetool('refine')
```

```
% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
'1.0',...
'0.0',...
'10.0',...
'1.0',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setuprop(pde_fig,'currparam',...
.
['1.0 ';...
'0.0 ';...
'10.0';...
'1.0 '])

% Solve parameters:
setuprop(pde_fig,'solveparam',.
.
str2mat('0','1000','10','pdeadw
orst',...
'0.5','longest','0','1E-
4','','fixed','Inf'))

% Plotflags and user data
strings:
setuprop(pde_fig,'plotflags',[1
1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0
1]);
setuprop(pde_fig,'colstring','
');
setuprop(pde_fig,'arrowstring',
'');
setuprop(pde_fig,'deformstring',
'');
setuprop(pde_fig,'heightstring',
'');
```

chamfur2.m

```
function pdemodel

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',1);
pdetool('snaon','on')
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1 1])
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1.5 1 1])
set(ax,'XLimMode','auto');
set(ax,'YLimMode','auto');
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');
set(ax,'XLim',[-2.4 2.4]);
set(ax,'YLim',[-1.7 1.7]);
```

```
% Geometry description:
pdirect([1.500000 -1.500000 -
1.500000 1.500000], 'SQ1');
pdirect([0.0500000 -0.0500000 -
0.0500000 0.0500000], 'SQ2');
set(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'Tag', 'PDEEval'), 'String',
'SQ1-SQ2')
```

```
% Boundary conditions:
```

```
pdetool('changemode', 0)
pdesetbd(4, ...
'neu', ...
```

```
1, ...
'0', ...
'0')
% '1', ...
% '1')
```

```
pdesetbd(3, ...
'neu', ...
```

```
1, ...
'0', ...
'0')
% '1', ...
% '1')
```

```
pdesetbd(2, ...
'neu', ...
```

```
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(1, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
```

```
% Mesh generation:
```

```
setupprop(pde_fig, 'trisize', 1.8)
;
setupprop(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);
setupprop(pde_fig, 'refinemethod',
'regular');
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
```

```
% PDE coefficients:
```

```
pdeseteq(1, ...
'1.0', ...
'0.0', ...
'10.0', ...
'1.0', ...
'0:10', ...
'0.0', ...
'0.0', ...
'[0 100]')
setupprop(pde_fig, 'currparam', ...
.
['1.0 ' ; ...
'0.0 ' ; ...
'10.0' ; ...
'1.0 '])
```

```
% Solve parameters:
```

```
setupprop(pde_fig, 'solveparam', .
..
str2mat('0', '1000', '10', 'pdeadw
orst', ...
'0.5', 'longest', '0', '1E-
4', '', 'fixed', 'Inf'))
```

```
% Plotflags and user data
```

```
strings:
setupprop(pde_fig, 'plotflags', [1
1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0
1]);
setupprop(pde_fig, 'colstring', ''
);
setupprop(pde_fig, 'arrowstring',
'');
setupprop(pde_fig, 'deformstring',
'');
setupprop(pde_fig, 'heightstring',
'');
```

hmb216.m

```
function pdemodel
[pde_fig, ax] = pdeinit;
pdetool('appl_cb', 1);
pdetool('snaon', 'on');
set(ax, 'DataAspectRatio', [1 1
1]);
set(ax, 'PlotBoxAspectRatio', [1.
5 1 1]);
set(ax, 'XLim', [-1.5 1.5]);
set(ax, 'YLim', [-1 1]);
set(ax, 'XTick', [-1.5, ...
-1, ...
-0.5, ...
-0.050000000000000003, ...
0, ...
0.050000000000000003, ...
0.5, ...
1, ...
1.5, ...
]);
set(ax, 'YTick', [-1, ...
-0.80000000000000004, ...
-0.5, ...
-0.40000000000000002, ...
0, ...
0.40000000000000002, ...
0.5, ...
0.80000000000000004, ...
1, ...
]);
setupprop(ax, 'extraspacex', '-.05
.05');
setupprop(ax, 'extraspacey', '-.8
-.4 .4 .8');
```

```
% Geometry description:
pdirect([-0.5 0.5 -
0.80000000000000004
0.80000000000000004], 'R1');
pdirect([-0.05000000000000003
0.05000000000000003 -
0.40000000000000002
0.40000000000000002], 'R2');
set(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'Tag', 'PDEEval'), 'String', 'R1-R2')
```

```
% Boundary conditions:
```

```
pdetool('changemode', 0)
```

```
pdesetbd(8, ...
```

```
'neu', ...
```

```
1, ...
```

```
'0', ...
```

```
'0')
```

```
pdesetbd(7, ...
```

```
'neu', ...
```

```
1, ...
```

```
'0', ...
```

```
'0')
```

```
pdesetbd(6, ...
```

```
'dir', ...
```

```
1, ...
```

```
'1', ...
```

```
'100')
```

```
pdesetbd(5, ...
```

```
'neu', ...
```

```
1, ...
```

```
'0', ...
```

```
'0')
```

```
pdesetbd(4, ...
```

```
'neu', ...
```

```
1, ...
```

```
'0', ...
```

```
'0')
```

```
pdesetbd(3, ...
```

```
'neu', ...
```

```
1, ...
```

```
'0', ...
```

```
'0')
```

```
pdesetbd(2, ...
```

```
'neu', ...
```

```
1, ...
```

```
'0', ...
```

```
'0')
```

```
pdesetbd(1, ...
```

```
'neu', ...
```

```
1, ...
```

```
'1', ...
```

```
'-10')
```

```
% Mesh generation:
```

```
setupprop(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);
```

```
setupprop(pde_fig, 'refinemethod', 'regular');
```

```
pdetool('initmesh')
```

```
pdetool('refine')
```

```
% PDE coefficients:
```

```
pdeseteq(2, ...
```

```
'1.0', ...
```

```
'0.0', ...
```

```
'0.0', ...
```

```
'1.0', ...
```

```
'0:0.5:5', ...
```

```
'0.0', ...
```

```
'0.0', ...
```

```
'[0 100]')
```

```
setupprop(pde_fig, 'currparam', ...
```

```
.
```

```
['1.0'; ...
```

```
'0.0'; ...
```

```
'0.0'; ...
```

```
'1.0'])
```

```
% Solve parameters:
```

```
setupprop(pde_fig, 'solveparam', ..
```

```
..
```

```
str2mat('0', '1320', '10', 'pdeadw
```

```
orst', ...
```

```
'0.5', 'longest', '0', '1E-
```

```
4', '', 'fixed', 'Inf'))
```

```
% Plotflags and user data
```

```
strings:
```

```
setupprop(pde_fig, 'plotflags', [1
```

```
1 1 1 1 1 6 1 0 0 0 11 1 0 0 0
```

```
0 1]);
```

```
setupprop(pde_fig, 'colstring', ''
```

```
);
```

```
setupprop(pde_fig, 'arrowstring',
```

```
'');
```

```
setupprop(pde_fig, 'deformstring'
```

```
, '');
```

```
setupprop(pde_fig, 'heightstring'
```

```
, '');
```

```
% Solve PDE:
```

```
pdetool('solve')
```

hdr221.m

```
function pdemodel
```

```
[pde_fig, ax]=pdeinit;
```

```
pdetool('appl_cb', 1);
```

```
pdetool('snaon', 'on');
```

```
set(ax, 'DataAspectRatio', [1 1
```

```
1]);
```

```
set(ax, 'PlotBoxAspectRatio', [1.
```

```
5 1 1]);
```

```
set(ax, 'XLim', [-1.5 1.5]);
```

```
set(ax, 'YLim', [-1 1]);
```

```
set(ax, 'XTick', [ -1.5, ...
```

```
-1, ...
```

```
-0.5, ...
```

```
0, ...
```

```
0.5, ...
```

```

1,...
1.5,...
]);
set(ax,'YTick',[ -1,...
~-0.5,...
-0.200000000000000001,...
0,...
0.200000000000000001,...
0.5,...
1,...
]);
setupprop(ax,'extraspacex','-1.5
1.5');
setupprop(ax,'extraspacey','-.2
.2');

```

```

% Geometry description:
pdirect([-1.5 1.5 0
0.200000000000000001],'R1');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),
'Tag','PDEEval'),'String','
R1')

```

```

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(4,...
'neu',...
1,...
'0',...
'500*y')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
'50*y',...
'50*y*100')
pdesetbd(2,...
'dir',...
1,...
'1',...
'100')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')

```

```

% Mesh generation:
setupprop(pde_fig,'trisize',2);
setupprop(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setupprop(pde_fig,'refinemethod',
'regular');
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')

```

```

% PDE coefficients:
pdeseteq(2,...
'40*y',...
'0.0',...
'20000*y',...
'7800*500*y',...
'0:1000:20000',...
'0.0',...
'0.0',...

```

```

'[0 100]')
setupprop(pde_fig,'currparam',...
.
['40*y      ';...
'0.0        ';...
'20000*y    ';...
'7800*500*y'])

% Solve parameters:
setupprop(pde_fig,'solveparam',.
..
str2mat('0','1000','10','pdeadw
orst',...
'0.5','longest','0','1E-
4','','fixed','Inf'))

```

```

% Plotflags and user data
strings:
setupprop(pde_fig,'plotflags',[1
1 1 1 1 1 6 1 0 0 0 21 1 0 0 0
0 1]);
setupprop(pde_fig,'colstring','
');
setupprop(pde_fig,'arrowstring',
'');
setupprop(pde_fig,'deformstring',
'');
setupprop(pde_fig,'heightstring',
'');

```

```

% Solve PDE:
pdetool('solve')

```

hmb216e.m

```

function pdemodel
[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',1);
pdetool('snapon','on');
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1
1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1.
5 1 1]);
set(ax,'XLim',[-1.5 1.5]);
set(ax,'YLim',[-1 1]);
set(ax,'XTick',[ -1.5,...
-1,...
-0.5,...
-0.050000000000000003,...
0,...
0.050000000000000003,...
0.5,...
1,...
1.5,...
]);
set(ax,'YTick',[ -1,...
-0.800000000000000004,...
-0.5,...
-0.400000000000000002,...

```

```

0,...
0.400000000000000002,...
0.5,...
0.800000000000000004,...
1,...
]);
setupprop(ax,'extraspacex', '-.05
.05');
setupprop(ax,'extraspacex', '-.8
-.4 .4 .8');

```

```

% Geometry description:
pdirect([-0.5 0.5 -
0.800000000000000004
0.800000000000000004], 'R1');
pdirect([-0.050000000000000003
0.050000000000000003 -
0.400000000000000002
0.400000000000000002], 'R2');
set(findobj(get(pde_fig, 'Childr
en'), 'Tag', 'PDEEval'), 'String',
'R1-R2')

```

```

% Boundary conditions:
pdetool('changemode', 0)
pdesetbd(8,...
'neu',...

```

```

1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(7,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(6,...
'dir',...
1,...
'1',...
'100')
pdesetbd(5,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(4,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...

```

```

'1',...
'-10')

```

```

% Mesh generation:
setupprop(pde_fig, 'trsize', 2);
setupprop(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);
setupprop(pde_fig, 'refinemethod',
'regular');
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')

```

```

% PDE coefficients:
pdeseteq(4,...
'1.0',...
'0.0',...
'0.0',...
'1.0',...
'0:0.5:5',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setupprop(pde_fig, 'currparam',...
.
['1.0';...
'0.0';...
'0.0';...
'1.0'])

```

```

% Solve parameters:
setupprop(pde_fig, 'solveparam',..
..
str2mat('0','1320','10','pdeadv
orst',...
'0.5','longest','0','1E-
4','','fixed','Inf'))

```

```

% Plotflags and user data
strings:
setupprop(pde_fig, 'plotflags', [1
1 1 1 1 1 6 1 0 0 0 11 0 1 0 0
0 1]);
setupprop(pde_fig, 'colstring', ''
);
setupprop(pde_fig, 'arrowstring',
'');
setupprop(pde_fig, 'deformstring',
'');
setupprop(pde_fig, 'heightstring',
'');

```

```

% Solve PDE:
pdetool('solve')

```

Retan.m

```

function pdemodel
[pde_fig, ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb', 1);
pdetool('sapon', 'on');

```

```

set(ax, 'DataAspectRatio', [1 1 1]);
set(ax, 'PlotBoxAspectRatio', [1.5 1 1]);
set(ax, 'XLim', [-1.5 1.5]);
set(ax, 'YLim', [-1 1]);
set(ax, 'XTick', [-1.5, ...
-1, ...
-0.5, ...
0, ...
0.5, ...
1, ...
1.5, ...
]);
set(ax, 'YTick', [-1, ...
-0.5, ...
-0.200000000000000001, ...
0, ...
0.200000000000000001, ...
0.5, ...
1, ...
]);
setupprop(ax, 'extraspacex', '-1.5 1.5');
setupprop(ax, 'extraspacey', '-.2 .2');

% Geometry description:
pderect([-1.5 1.5 0
0.200000000000000001], 'R1');
set(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'Tag', 'PDEEval'), 'String', 'R1')

% Boundary conditions:
pdetool('changemode', 0)
pdesetbd(4, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'500*y')
pdesetbd(3, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(2, ...
'dir', ...
1, ...
'1', ...
'100')
pdesetbd(1, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')

% Mesh generation:
setupprop(pde_fig, 'trisize', 2);
setupprop(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);
setupprop(pde_fig, 'refinemethod', 'regular');
pdetool('initmesh')

```

```

pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(2, ...
'40*y', ...
'0.0', ...
'20000*y', ...
'7800*500*y', ...
'0:1000:200000', ...
'0.0', ...
'0.0', ...
'[0 100]')
setupprop(pde_fig, 'currparam', ...
.
['40*y      '; ...
'0.0        '; ...
'20000*y    '; ...
'7800*500*y'])

% Solve parameters:
setupprop(pde_fig, 'solveparam', ...
..
str2mat('0', '1000', '10', 'pdeadw
orst', ...
'0.5', 'longest', '0', '1E-
4', '', 'fixed', 'Inf'))

```

```

% Plotflags and user data
strings:
setupprop(pde_fig, 'plotflags', [1
1 1 1 1 1 6 1 0 0 0 201 1 0 0 0
0 1]);
setupprop(pde_fig, 'colstring', ''
);
setupprop(pde_fig, 'arrowstring', ''
);
setupprop(pde_fig, 'deformstring', ''
);
setupprop(pde_fig, 'heightstring', ''
);

% Solve PDE:
pdetool('solve')

```

Manual.m

```

%close all
clear all

% W.s ---> cal = 0.238845896627
ws_cal=0.238845896627;
raio=0.02;
esp_tot=3;
area=pi*raio^2;
n=4; % número de sub divisões

```

```

r=(1/(40*area/(esp_tot/2*n)))/w
s_cal
c=500*(7800*area*esp_tot/4)*ws_
cal

A=[(-1/(2*r*c)) (1/(2*r*c)) 0 0
(1/(2*r*c)) (-1/(r*c))
(1/(2*r*c)) 0
0 (1/(2*r*c)) (-1/(r*c))
(1/(2*r*c))
0 0 (1/(2*r*c)) (-3/(2*r*c))];

B=[(1/c)
0
0
0];

Ep=[0
0
0
(1/(r*c))];

I=[1 0 0 0
0 1 0 0
0 0 1 0
0 0 0 1];

Q=.0001*I;

R=[.5];

[K,S,E] = LQR(A,B,Q,R);

Kp=R^(-1)*B'*inv((A-B*R^(-1)*B'*S)')*S*Ep;

x0 = [15 15 16 16];

11860.038,12409.176,
12967.555,13427.523,
13812.660,14220.610,
14725.408,15000.000,
14725.408,15300.175,
15710.374,16120.573,
16620.484,17187.863,
17703.446,18119.407,
18505.287,18956.350,
19504.749,20063.261,
20523.975,20909.500,
21317.109,21821.150,
22395.623,22806.439,
23217.255,23717.098,
24283.643,24798.682,
25214.939,25601.482,
26052.904,26600.936,
27158.693,27619.230,
28005.194,28413.357,
28917.533,29491.440,
30000.000];

uinic=U1(:,2)';
tinic=0;
tfim=taux2(33)-taux2(32);

U1=parabolic(uinic,[tinic,tfim]
,b,p,e,t,40,0,500,7800*500);

usai=[usai,U1(:,2)];

```

Respb.m

```

taux=[0,220.40637,399.74755,645
.83714,950.07028,1355.3012,1898
.1303,2538.0618,2919.0742,3300.
0866,3809.2207,4421.8001,4818.5
357, 5215.2714,5722.2536,
6313.3024,6717.3507,
7121.3991,7624.5546,
8202.7573,8613.1940,
2919.0742,3300.0866,3809.2207,4
421.8001,4818.5357,
5215.2714,5722.2536,
6313.3024,6717.3507,
7121.3991,7624.5546,
8202.7573,8613.1940,
9023.6307,9524.3174,
10092.186,10607.296,
11022.585,11408.373,

```

ANEXOS DE RESULTADOS

Matriz A

```
-2.5533344e-001  1.3313928e-004 -1.8688586e-005  4.2893054e-004 -
5.8900086e-003 -9.4909326e-005 -8.8377509e-005 -1.1175744e-003 -
2.3164736e-003  6.6163873e-002  8.5263369e-005  3.8637226e-005 -
1.0902671e-003 -2.6052918e-004  3.9476168e-005  2.1750538e-005
4.8818935e-002 -1.6039699e-004 -4.1410330e-002 -6.2356990e-004 -
1.3459539e-003  6.3173739e-003  5.8813679e-004  4.2908181e-004
9.1361095e-003
  1.9458223e-004 -5.3440827e-002  1.9458223e-004  3.8916446e-004 -
1.4855590e-004 -1.4855590e-004 -1.7482817e-003 -1.7482817e-003 -
2.9711179e-004 -5.0009898e-004  1.9281287e-002 -8.3888820e-004 -
8.3888820e-004  1.9281287e-002 -5.0009898e-004 -8.3888820e-004 -
8.3888820e-004  2.4846353e-003  2.4846353e-003  3.8562574e-002 -
1.0001980e-003 -1.4470549e-002 -1.4470549e-002  2.4846353e-003
2.4846353e-003
 -1.8688586e-005  1.3313928e-004 -2.5533344e-001  4.2893054e-004 -
9.4909326e-005 -5.8900086e-003 -1.1175744e-003 -8.8377509e-005 -
2.3164736e-003  3.9476168e-005 -2.6052918e-004  4.8818935e-002
2.1750538e-005  8.5263369e-005  6.6163873e-002 -1.0902671e-003
3.8637226e-005 -4.1410330e-002 -1.6039699e-004 -6.2356990e-004 -
1.3459539e-003  5.8813679e-004  6.3173739e-003  9.1361095e-003
4.2908181e-004
  2.1446527e-004  1.3313928e-004  2.1446527e-004 -2.5535213e-001 -
1.1582368e-003 -1.1582368e-003 -6.0297596e-004 -6.0297596e-004 -
5.9849180e-003 -6.7297696e-004 -3.1178495e-004 -5.3425826e-004
2.4428786e-002 -3.1178495e-004 -6.7297696e-004  2.4428786e-002 -
5.3425826e-004  4.7825956e-003  4.7825956e-003 -1.7526581e-004
6.6203349e-002  3.4527553e-003  3.4527553e-003 -2.0785363e-002 -
2.0785363e-002
 -4.9295351e-003 -9.3289168e-004 -5.4528692e-005 -1.5095627e-003 -
7.5935407e-002 -7.3545382e-004  1.1705614e-004 -4.9735407e-003 -
6.0520420e-003  1.5683925e-002  2.6878530e-003 -3.1629645e-005
3.6332939e-003  1.5917160e-002  1.5878979e-004 -2.8772688e-004 -
1.8899102e-002 -1.3994388e-004  2.4993535e-002 -1.3007662e-002
3.3604691e-003  5.5097274e-002  1.9935153e-003 -3.7546041e-004 -
1.4434371e-002
 -5.4528692e-005 -9.3289168e-004 -4.9295351e-003 -1.5095627e-003 -
7.3545382e-004 -7.5935407e-002 -4.9735407e-003  1.1705614e-004 -
6.0520420e-003  1.5878979e-004  1.5917160e-002 -1.8899102e-002 -
2.8772688e-004  2.6878530e-003  1.5683925e-002  3.6332939e-003 -
3.1629645e-005  2.4993535e-002 -1.3994388e-004 -1.3007662e-002
3.3604691e-003  1.9935153e-003  5.5097274e-002 -1.4434371e-002 -
3.7546041e-004
 -2.9316711e-005 -4.7602418e-004 -5.7536913e-004 -6.0468585e-004
9.0835676e-005 -5.1593201e-005 -1.6127801e-001 -8.0619185e-004
3.9242475e-005 -3.4348391e-006  1.7277894e-003  1.6190679e-002
2.5825339e-003 -2.9971690e-004 -1.1716725e-002  1.3781279e-002
1.7313377e-004  2.5368978e-002 -3.3175606e-004  1.4280725e-003 -
1.1720160e-002  6.6488084e-005 -8.7369267e-003  2.2371594e-002
2.6656276e-003
 -5.7536913e-004 -4.7602418e-004 -2.9316711e-005 -6.0468585e-004 -
5.1593201e-005  9.0835676e-005 -8.0619185e-004 -1.6127801e-001
3.9242475e-005 -1.1716725e-002 -2.9971690e-004  1.7313377e-004
1.3781279e-002  1.7277894e-003 -3.4348391e-006  2.5825339e-003
1.6190679e-002 -3.3175606e-004  2.5368978e-002  1.4280725e-003 -
1.1720160e-002 -8.7369267e-003  6.6488084e-005  2.6656276e-003
2.2371594e-002
```

-7.5478133e-004 -9.3289168e-004 -7.5478133e-004 -4.9840638e-003 -
 3.0260210e-003 -3.0260210e-003 -2.4282423e-003 -2.4282423e-003 -
 7.6670861e-002 1.6802345e-003 -6.5038312e-003 1.6727835e-003 -
 9.4653657e-003 -6.5038312e-003 1.6802345e-003 -9.4653657e-003
 1.6727835e-003 -7.4049159e-003 -7.4049159e-003 1.8605012e-002
 1.5842715e-002 2.8545394e-002 2.8545394e-002 1.2426796e-002
 1.2426796e-002
 4.8677178e-002 -7.7736575e-005 2.1462627e-005 -3.1624793e-004
 2.1674964e-002 1.9504271e-004 -2.8088532e-005 -1.4357763e-002
 3.0354518e-003 -8.4712962e-002 -4.4990356e-004 -1.2628106e-005
 2.3666530e-003 -1.4668778e-003 -5.8865181e-005 3.3795711e-004
 4.8663148e-002 1.3412047e-004 5.5789258e-002 2.3832008e-003 -
 5.5017863e-004 -1.4069916e-002 -8.1681928e-004 -4.3974516e-005 -
 4.4697379e-003
 5.6150969e-005 1.2854191e-002 -1.1002793e-005 -8.2347710e-004
 1.9512951e-003 1.2246498e-002 3.7868344e-003 -2.9027093e-004 -
 1.3603570e-002 -2.2018671e-004 -7.9325467e-002 4.0721036e-003 -
 1.1329740e-003 -1.2181094e-002 -3.3989606e-004 2.6213078e-005
 3.9021010e-004 -9.1476568e-003 -7.7954162e-004 5.4968050e-002
 2.5604787e-003 -4.1397466e-004 2.9355072e-002 -1.4765920e-003
 1.4652494e-003
 1.5914544e-005 -1.8854199e-004 2.4223132e-002 -5.4161316e-004 -
 5.2240579e-006 -9.8949472e-003 1.6592912e-002 2.0484355e-004
 1.5974954e-003 -2.0087156e-005 1.9879362e-003 -1.7703020e-001 -
 3.8145819e-004 2.7937683e-004 1.3598318e-002 -1.8611887e-004 -
 6.4646345e-005 2.7031402e-002 1.8667352e-004 -1.1360611e-003
 3.2420865e-003 -3.5945429e-004 1.4351681e-003 -1.3802481e-002 -
 8.1418911e-004
 -5.1841296e-004 -1.8854199e-004 -2.3200198e-005 2.4239047e-002
 1.9590993e-003 -3.6160391e-004 2.1567088e-003 1.4641047e-002 -
 9.9001712e-003 2.9684872e-003 -7.7557784e-004 -2.3321675e-004 -
 1.6498429e-001 -3.6048321e-004 2.7359933e-004 -1.2110552e-002 -
 3.3436031e-004 -5.0609479e-004 -1.4110575e-002 2.2673130e-003
 1.3578231e-002 -1.8522378e-003 2.9279515e-003 -4.2139106e-003
 3.1431986e-002
 -1.1002793e-005 1.2854191e-002 5.6150969e-005 -8.2347710e-004
 1.2246498e-002 1.9512951e-003 -2.9027093e-004 3.7868344e-003 -
 1.3603570e-002 -3.3989606e-004 -1.2181094e-002 3.9021010e-004
 2.6213078e-005 -7.9325467e-002 -2.2018671e-004 -1.1329740e-003
 4.0721036e-003 -7.7954162e-004 -9.1476568e-003 5.4968050e-002
 2.5604787e-003 2.9355072e-002 -4.1397466e-004 1.4652494e-003 -
 1.4765920e-003
 2.1462627e-005 -7.7736575e-005 4.8677178e-002 -3.1624793e-004
 1.9504271e-004 2.1674964e-002 -1.4357763e-002 -2.8088532e-005
 3.0354518e-003 -5.8865181e-005 -1.4668778e-003 4.8663148e-002
 3.3795711e-004 -4.4990356e-004 -8.4712962e-002 2.3666530e-003 -
 1.2628106e-005 5.5789258e-002 1.3412047e-004 2.3832008e-003 -
 5.5017863e-004 -8.1681928e-004 -1.4069916e-002 -4.4697379e-003 -
 4.3974516e-005
 -2.3200198e-005 -1.8854199e-004 -5.1841296e-004 2.4239047e-002 -
 3.6160391e-004 1.9590993e-003 1.4641047e-002 2.1567088e-003 -
 9.9001712e-003 2.7359933e-004 -3.6048321e-004 -3.3436031e-004 -
 1.2110552e-002 -7.7557784e-004 2.9684872e-003 -1.6498429e-001 -
 2.3321675e-004 -1.4110575e-002 -5.0609479e-004 2.2673130e-003
 1.3578231e-002 2.9279515e-003 -1.8522378e-003 3.1431986e-002 -
 4.2139106e-003
 2.4223132e-002 -1.8854199e-004 1.5914544e-005 -5.4161316e-004 -
 9.8949472e-003 -5.2240579e-006 2.0484355e-004 1.6592912e-002
 1.5974954e-003 1.3598318e-002 2.7937683e-004 -6.4646345e-005 -
 1.8611887e-004 1.9879362e-003 -2.0087156e-005 -3.8145819e-004 -
 1.7703020e-001 1.8667352e-004 2.7031402e-002 -1.1360611e-003
 3.2420865e-003 1.4351681e-003 -3.5945429e-004 -8.1418911e-004 -
 1.3802481e-002

-4.4643341e-005 8.0560732e-004 -1.1904054e-002 2.0054005e-003 -
 1.7575598e-004 1.0789311e-002 2.8994549e-002 -1.3600398e-004 -
 6.6133572e-003 9.9995006e-005 -5.1643889e-003 3.1095113e-002 -
 4.9467727e-004 -2.7586317e-004 2.9212505e-002 -8.0807624e-003
 9.9166081e-005 -8.4060205e-002 -4.4224584e-004 6.0660813e-004 -
 2.5890752e-003 1.5502019e-003 1.0886744e-002 2.9720661e-002
 9.2311394e-004
 -1.1904054e-002 8.0560732e-004 -4.4643341e-005 2.0054005e-003
 1.0789311e-002 -1.7575598e-004 -1.3600398e-004 2.8994549e-002 -
 6.6133572e-003 2.9212505e-002 -2.7586317e-004 9.9166081e-005 -
 8.0807624e-003 -5.1643889e-003 9.9995006e-005 -4.9467727e-004
 3.1095113e-002 -4.4224584e-004 -8.4060205e-002 6.0660813e-004 -
 2.5890752e-003 1.0886744e-002 1.5502019e-003 9.2311394e-004
 2.9720661e-002
 -4.1173855e-004 1.2854191e-002 -4.1173855e-004 4.5148176e-005 -
 6.8017850e-003 -6.8017850e-003 1.7482817e-003 1.7482817e-003
 1.4197794e-002 1.2802393e-003 2.7484025e-002 -5.5338045e-004
 2.2311568e-003 2.7484025e-002 1.2802393e-003 2.2311568e-003 -
 5.5338045e-004 -5.6713311e-006 -5.6713311e-006 -9.1506561e-002 -
 5.6008277e-004 1.4470549e-002 1.4470549e-002 -4.9635992e-003 -
 4.9635992e-003
 -1.5812397e-004 -7.7736575e-005 -1.5812397e-004 4.8698641e-002
 1.5177259e-003 1.5177259e-003 -7.1929258e-003 -7.1929258e-003
 2.1870007e-002 -2.7508932e-004 1.1916004e-003 1.3523051e-003
 2.4325260e-002 1.1916004e-003 -2.7508932e-004 2.4325260e-002
 1.3523051e-003 -2.2568562e-003 -2.2568562e-003 -1.9167814e-003 -
 8.4771827e-002 -7.4433676e-003 -7.4433676e-003 2.7961689e-002
 2.7961689e-002
 2.8122234e-003 -3.9365877e-003 1.7325888e-004 2.9854822e-003
 2.8397589e-002 1.3899046e-003 -6.1856131e-005 -9.7478737e-003
 2.9787493e-002 -7.8524643e-003 -1.9253128e-003 -1.8199094e-004 -
 3.7069989e-003 1.3735076e-002 -4.4902461e-004 1.7310726e-003 -
 1.7939354e-003 1.1719505e-003 1.3709557e-002 1.1809763e-002 -
 8.3014889e-003 -8.2262491e-002 -6.9901080e-003 -4.8673633e-004
 1.5368243e-002
 1.7325888e-004 -3.9365877e-003 2.8122234e-003 2.9854822e-003
 1.3899046e-003 2.8397589e-002 -9.7478737e-003 -6.1856131e-005
 2.9787493e-002 -4.4902461e-004 1.3735076e-002 -1.7939354e-003
 1.7310726e-003 -1.9253128e-003 -7.8524643e-003 -3.7069989e-003 -
 1.8199094e-004 1.3709557e-002 1.1719505e-003 1.1809763e-002 -
 8.3014889e-003 -6.9901080e-003 -8.2262491e-002 1.5368243e-002 -
 4.8673633e-004
 1.3596849e-004 8.0560732e-004 1.8694321e-003 -1.1948697e-002
 8.5910693e-005 -6.6992679e-003 2.7481698e-002 1.3768470e-003
 1.0613555e-002 -2.1544453e-004 -8.1205498e-004 -8.1060005e-003 -
 1.0366865e-003 1.4186631e-003 -2.3736307e-003 3.2230965e-002 -
 4.6943919e-004 2.9050544e-002 1.5932313e-003 -5.4402520e-003
 2.9312500e-002 -3.0229394e-003 1.5459885e-002 -7.8097736e-002 -
 6.4047152e-003
 1.8694321e-003 8.0560732e-004 1.3596849e-004 -1.1948697e-002 -
 6.6992679e-003 8.5910693e-005 1.3768470e-003 2.7481698e-002
 1.0613555e-002 -2.3736307e-003 1.4186631e-003 -4.6943919e-004
 3.2230965e-002 -8.1205498e-004 -2.1544453e-004 -1.0366865e-003 -
 8.1060005e-003 1.5932313e-003 2.9050544e-002 -5.4402520e-003
 2.9312500e-002 1.5459885e-002 -3.0229394e-003 -6.4047152e-003 -
 7.8097736e-002

Matriz B

-4.0566386e-003
4.6559289e-001
-4.0566386e-003
-4.0566386e-003
-6.9944086e-002
-6.9944086e-002
-4.3577624e-004
-4.3577624e-004
-6.9944086e-002
1.2491814e-002
3.4634915e-001
-4.3785371e-003
-4.3785371e-003
3.4634915e-001
1.2491814e-002
-4.3785371e-003
-4.3785371e-003
2.8233737e-003
2.8233737e-003
3.4634915e-001
1.2491814e-002
4.0663074e-002
4.0663074e-002
2.8233737e-003
2.8233737e-003

Matriz Bp

1.7754981e-001
3.9866426e-003
1.7754981e-001
1.7754981e-001
1.8655987e-002
1.8655987e-002
1.1014366e-001
1.1014366e-001
1.8655987e-002
-6.1846738e-002
-3.9866426e-003
1.1402976e-001
1.1402976e-001
-3.9866426e-003
-6.1846738e-002
1.1402976e-001
1.1402976e-001
-2.6807943e-002
-2.6807943e-002
-3.9866426e-003
-6.1846738e-002
4.6252553e-003
4.6252553e-003
-2.6807943e-002
-2.6807943e-002

Diagonal Principal da Matriz dos Autovalores (d)

-2.9321066e-001
-2.8742279e-001
-2.8358988e-001
-2.1314845e-001
-2.0089764e-001
-1.9433176e-003
-1.9313619e-001
-9.6754425e-003
-1.1388437e-002
-1.7846461e-001
-2.2688271e-002
-3.1090456e-002
-3.2948069e-002
-4.3556676e-002
-1.2311634e-001
-1.0409498e-001
-1.1264964e-001
-6.3891467e-002
-1.4585830e-001
-6.9481336e-002
-1.5272670e-001
-7.7908628e-002
-1.5744679e-001
-8.0375503e-002
-1.5707205e-001

Matriz dos Autovetores (v)

-5.2993756e-001 -6.6696909e-001 5.4372642e-001 -4.7899361e-002 -
4.9588834e-002 1.9265309e-002 -1.6899432e-001 5.7910312e-002
3.6628506e-002 -1.8855010e-001 -8.9106828e-002 -7.3975832e-002
4.3812370e-002 1.3176533e-001 2.4421022e-001 2.4647036e-001 -
1.2966876e-001 1.0026501e-001 -1.3196194e-001 -1.8619809e-001
1.3669959e-002 7.7988059e-002 -1.1419986e-001 1.6817864e-002 -
1.1576820e-001
-4.3940749e-010 6.9018658e-016 -1.7851977e-002 -4.5099660e-002 -
4.1124763e-016 3.7802468e-001 -4.9621965e-009 -8.3935115e-016 -
5.6372186e-001 2.4356320e-016 6.5719097e-009 -1.6998991e-014
6.8669964e-001 -1.4294406e-015 -5.2701738e-009 -5.9988801e-016
8.7843891e-016 -2.6586283e-008 -2.4987138e-001 1.4358055e-001 -
2.3644525e-009 -9.4514867e-015 -3.7678691e-016 -8.2323273e-001 -
9.0524926e-002
-5.2993756e-001 6.6696909e-001 5.4372642e-001 -4.7899361e-002
4.9588834e-002 1.9265309e-002 -1.6899432e-001 -5.7910312e-002
3.6628506e-002 1.8855010e-001 -8.9106828e-002 7.3975832e-002
4.3812370e-002 -1.3176533e-001 2.4421022e-001 -2.4647036e-001
1.2966876e-001 1.0026501e-001 -1.3196194e-001 -1.8619809e-001
1.3669959e-002 -7.7988059e-002 1.1419986e-001 1.6817864e-002 -
1.1576820e-001
5.2993760e-001 -3.1658949e-014 5.4372639e-001 -4.7899388e-002 -
1.5313018e-015 1.9265308e-002 1.6899429e-001 -4.2716954e-018
3.6628510e-002 -5.7116839e-016 8.9106834e-002 -1.2590868e-015
4.3812366e-002 -2.0664191e-016 -2.4421022e-001 5.7995413e-016 -
1.3000597e-015 -1.0026501e-001 -1.3196194e-001 -1.8619808e-001 -
1.3669973e-002 -8.2780961e-017 -2.9518225e-016 1.6817860e-002 -
1.1576820e-001

1.7249152e-002 -4.6076517e-003 3.3025689e-002 1.0063493e-001 -
 1.4155394e-001 2.5882647e-001 -1.8228539e-001 3.7447775e-001
 7.8233807e-002 -1.6595517e-001 -2.6897481e-001 3.2130994e-001 -
 2.4797199e-001 2.0047295e-001 6.0118763e-002 1.5019271e-001
 4.8529069e-001 -4.7812625e-001 3.4294662e-001 -1.3249156e-001 -
 1.4756126e-001 -3.0532643e-001 -5.4072551e-002 -1.6781910e-001 -
 1.2029673e-001
 1.7249152e-002 4.6076517e-003 3.3025689e-002 1.0063493e-001
 1.4155394e-001 2.5882647e-001 -1.8228539e-001 -3.7447775e-001
 7.8233807e-002 1.6595517e-001 -2.6897481e-001 -3.2130994e-001 -
 2.4797199e-001 -2.0047295e-001 6.0118763e-002 -1.5019271e-001 -
 4.8529069e-001 -4.7812625e-001 3.4294662e-001 -1.3249156e-001 -
 1.4756126e-001 3.0532643e-001 5.4072551e-002 -1.6781910e-001 -
 1.2029673e-001
 -6.9858189e-010 -1.0000379e-002 -1.8295747e-002 -4.0441551e-001 -
 3.6420907e-001 1.9913949e-002 -3.3278429e-008 -4.6514975e-002
 4.3402660e-002 3.1096264e-001 7.2562603e-011 6.2824098e-002
 5.1793946e-002 1.2203702e-001 6.2946812e-009 1.6057131e-001 -
 1.2564660e-001 1.6261028e-009 1.5503871e-001 2.0832516e-001 -
 5.7285719e-008 -3.7209125e-002 4.0111299e-001 4.3796034e-002 -
 4.6724438e-001
 -6.9858127e-010 1.0000379e-002 -1.8295747e-002 -4.0441551e-001
 3.6420907e-001 1.9913949e-002 -3.3278424e-008 4.6514975e-002
 4.3402660e-002 -3.1096264e-001 7.2562894e-011 -6.2824098e-002
 5.1793946e-002 -1.2203702e-001 6.2946795e-009 -1.6057131e-001
 1.2564660e-001 1.6261030e-009 1.5503871e-001 2.0832516e-001 -
 5.7285711e-008 3.7209125e-002 -4.0111299e-001 4.3796034e-002 -
 4.6724438e-001
 -1.7249150e-002 -1.4842125e-015 3.3025691e-002 1.0063491e-001 -
 1.4854751e-015 2.5882646e-001 1.8228540e-001 -1.5867497e-015
 7.8233826e-002 -7.1225577e-016 2.6897480e-001 5.8140017e-015 -
 2.4797200e-001 5.5636486e-016 -6.0118756e-002 1.1657747e-015 -
 2.5016820e-016 4.7812625e-001 3.4294663e-001 -1.3249157e-001
 1.4756120e-001 -1.9505855e-015 1.6543487e-015 -1.6781909e-001 -
 1.2029679e-001
 1.1986797e-001 1.5180424e-001 -1.2957518e-001 -2.2140777e-001
 3.0563283e-001 1.4144012e-001 1.9578917e-001 3.6017131e-001
 2.2099394e-001 1.5729192e-002 -4.2463115e-001 -3.0065565e-001
 1.7169124e-001 4.3160782e-001 2.9874106e-001 3.7652716e-001 -
 1.0205199e-001 2.2066427e-001 -2.7491590e-002 -4.1484751e-001 -
 9.7392426e-002 1.3277037e-001 1.2146019e-001 1.9884257e-002
 9.7342677e-002
 -9.3083111e-003 8.1971693e-003 1.3381872e-002 3.0671664e-002
 8.9698822e-003 3.4347857e-001 1.9520046e-001 -1.4518410e-001 -
 3.1668379e-001 -2.7258066e-002 -3.6716625e-002 -3.7528501e-001
 7.1332317e-002 -2.6800420e-002 1.5919696e-001 1.0979746e-001 -
 1.5384639e-001 -1.6722596e-001 1.4108390e-001 -3.7692314e-002
 5.0379799e-001 -5.9810279e-001 -1.0295058e-001 2.7079132e-001
 5.3348619e-002
 1.3827140e-001 -1.4999616e-001 -1.0158741e-001 3.2998920e-001
 4.8124914e-001 1.9941050e-002 -3.6021266e-001 -6.1814995e-002
 4.3640905e-002 1.2868835e-001 -8.2391794e-002 9.0443332e-002
 5.6729660e-002 -7.6747800e-002 -8.9755328e-002 7.7136097e-002
 1.1971772e-001 1.0476976e-001 -1.1795727e-001 -3.6603204e-002
 1.8561716e-001 -7.4554421e-002 3.2032288e-001 3.7131168e-002 -
 2.8145643e-001
 -1.3827141e-001 -2.0872378e-002 -1.0158739e-001 3.2998916e-001 -
 2.1414978e-002 1.9941050e-002 3.6021267e-001 2.4017152e-002
 4.3640910e-002 5.0067019e-001 8.2391800e-002 -2.8773331e-002
 5.6729658e-002 -1.4136189e-001 8.9755331e-002 2.3262869e-001
 1.4068414e-001 -1.0476976e-001 -1.1795729e-001 -3.6603200e-002 -
 1.8561722e-001 3.4785356e-002 -3.3948772e-001 3.7131166e-002 -
 2.8145639e-001

-9.3083111e-003 -8.1971693e-003 1.3381872e-002 3.0671664e-002 -
8.9698822e-003 3.4347857e-001 1.9520046e-001 1.4518410e-001 -
3.1668379e-001 2.7258066e-002 -3.6716625e-002 3.7528501e-001
7.1332317e-002 2.6800420e-002 1.5919696e-001 -1.0979746e-001
1.5384639e-001 -1.6722596e-001 1.4108390e-001 -3.7692314e-002
5.0379799e-001 5.9810279e-001 1.0295058e-001 2.7079132e-001
5.3348619e-002
1.1986797e-001 -1.5180424e-001 -1.2957518e-001 -2.2140777e-001 -
3.0563283e-001 1.4144012e-001 1.9578917e-001 -3.6017131e-001
2.2099394e-001 -1.5729192e-002 -4.2463115e-001 3.0065565e-001
1.7169124e-001 -4.3160782e-001 2.9874106e-001 -3.7652716e-001
1.0205199e-001 2.2066427e-001 -2.7491590e-002 -4.1484751e-001 -
9.7392426e-002 -1.3277037e-001 -1.2146019e-001 1.9884257e-002
9.7342677e-002
-1.3827141e-001 2.0872378e-002 -1.0158739e-001 3.2998916e-001
2.1414978e-002 1.9941050e-002 3.6021267e-001 -2.4017152e-002
4.3640910e-002 -5.0067019e-001 8.2391800e-002 2.8773331e-002
5.6729658e-002 1.4136189e-001 8.9755331e-002 -2.3262869e-001 -
1.4068414e-001 -1.0476976e-001 -1.1795729e-001 -3.6603200e-002 -
1.8561722e-001 -3.4785356e-002 3.3948772e-001 3.7131166e-002 -
2.8145639e-001
1.3827140e-001 1.4999616e-001 -1.0158741e-001 3.2998920e-001 -
4.8124914e-001 1.9941050e-002 -3.6021266e-001 6.1814995e-002
4.3640905e-002 -1.2868835e-001 -8.2391794e-002 -9.0443332e-002
5.6729660e-002 7.6747800e-002 -8.9755328e-002 -7.7136097e-002 -
1.1971772e-001 1.0476976e-001 -1.1795727e-001 -3.6603204e-002
1.8561716e-001 7.4554421e-002 -3.2032288e-001 3.7131168e-002 -
2.8145643e-001
-9.5871071e-002 8.9702589e-002 5.3440343e-002 6.8645225e-002
1.3065637e-002 1.4843069e-001 1.2875983e-001 -3.2308829e-001
2.2346260e-001 -2.1379207e-001 -2.1622023e-001 2.1897177e-001
1.3428434e-001 2.3123230e-002 -3.2948731e-001 3.6691204e-001 -
1.9613783e-002 5.0368923e-002 2.6450075e-002 2.2491747e-001
4.0026167e-002 5.8193175e-003 -1.3992354e-001 2.6545374e-002
1.6892500e-001
-9.5871071e-002 -8.9702589e-002 5.3440343e-002 6.8645225e-002 -
1.3065637e-002 1.4843069e-001 1.2875983e-001 3.2308829e-001
2.2346260e-001 2.1379207e-001 -2.1622023e-001 -2.1897177e-001
1.3428434e-001 -2.3123230e-002 -3.2948731e-001 -3.6691204e-001
1.9613783e-002 5.0368923e-002 2.6450075e-002 2.2491747e-001
4.0026167e-002 -5.8193175e-003 1.3992354e-001 2.6545374e-002
1.6892500e-001
9.3083117e-003 -7.5741350e-016 1.3381870e-002 3.0671678e-002
1.7262104e-015 3.4347857e-001 -1.9520045e-001 -1.1070020e-015 -
3.1668378e-001 -1.6509241e-016 3.6716624e-002 -2.0614239e-015
7.1332312e-002 -2.2459888e-016 -1.5919695e-001 4.5892433e-016 -
9.8970041e-016 1.6722597e-001 1.4108387e-001 -3.7692321e-002 -
5.0379799e-001 2.7191936e-015 -4.0271000e-015 2.7079132e-001
5.3348776e-002
-1.1986798e-001 7.3007339e-015 -1.2957517e-001 -2.2140774e-001
1.4562975e-015 1.4144011e-001 -1.9578919e-001 -9.6396653e-016
2.2099396e-001 4.9080097e-016 4.2463117e-001 -4.5505655e-015
1.7169122e-001 1.5588650e-016 -2.9874107e-001 4.1292460e-016 -
1.6801626e-015 -2.2066427e-001 -2.7491580e-002 -4.1484750e-001
9.7392455e-002 -8.8839006e-018 2.8854045e-016 1.9884248e-002
9.7342662e-002
-1.0372043e-009 1.9375197e-002 -5.1061945e-002 -1.2101747e-001
8.6509080e-002 2.7436433e-001 -9.5277494e-009 2.4642292e-001
2.5714498e-002 3.8648698e-002 -7.5335836e-009 2.8902839e-001 -
2.6846676e-001 -8.4792578e-002 -4.9884996e-009 2.5932322e-002 -
4.0206842e-001 2.0702427e-009 -4.2660040e-001 6.1832433e-002
1.0632850e-008 -1.2276685e-001 -1.2537885e-001 -4.2484903e-002 -
4.2257187e-002

```

-1.0372050e-009 -1.9375197e-002 -5.1061945e-002 -1.2101747e-001 -
8.6509080e-002 2.7436433e-001 -9.5277507e-009 -2.4642292e-001
2.5714498e-002 -3.8648698e-002 -7.5335855e-009 -2.8902839e-001 -
2.6846676e-001 8.4792578e-002 -4.9885044e-009 -2.5932322e-002
4.0206842e-001 2.0702422e-009 -4.2660040e-001 6.1832433e-002
1.0632847e-008 1.2276685e-001 1.2537885e-001 -4.2484903e-002 -
4.2257187e-002
9.5871073e-002 -2.3723635e-002 5.3440334e-002 6.8645238e-002
1.0793249e-001 1.4843068e-001 -1.2875981e-001 -1.8422583e-001
2.2346260e-001 1.5744036e-001 2.1622024e-001 1.2495610e-001
1.3428433e-001 4.5492199e-001 3.2948731e-001 -2.0425515e-001 -
4.0503111e-002 -5.0368918e-002 2.6450074e-002 2.2491747e-001 -
4.0026130e-002 -4.5609796e-002 -2.1126856e-001 2.6545374e-002
1.6892503e-001
9.5871073e-002 2.3723635e-002 5.3440334e-002 6.8645238e-002 -
1.0793249e-001 1.4843068e-001 -1.2875981e-001 1.8422583e-001
2.2346260e-001 -1.5744036e-001 2.1622024e-001 -1.2495610e-001
1.3428433e-001 -4.5492199e-001 3.2948731e-001 2.0425515e-001
4.0503111e-002 -5.0368918e-002 2.6450074e-002 2.2491747e-001 -
4.0026130e-002 4.5609796e-002 2.1126856e-001 2.6545374e-002
1.6892503e-001

```

Matriz h (Matriz de controlabilidade)

```

-1.1586004e-001 5.4857928e-003 -1.6171633e-004 5.7171927e-006 -
2.2482779e-007 9.3111743e-009 -3.9547640e-010 1.7023249e-011 -
7.3874046e-013 3.2244833e-014 -1.4141818e-015 6.2293737e-017 -
2.7555996e-018 1.2241007e-019 -5.4610023e-021 2.4469221e-022 -
1.1012973e-023 4.9793300e-025 -2.2618445e-026 1.0323324e-027 -
4.7345078e-029 2.1819972e-030 -1.0105874e-031 4.7036973e-033 -
2.2001095e-034
-3.0327069e-003 2.4244914e-004 -1.2867572e-005 6.8510898e-007 -
3.7930007e-008 2.0618919e-009 -1.0835780e-010 5.5325317e-012 -
2.7645922e-013 1.3598005e-014 -6.6105797e-016 3.1857128e-017 -
1.5252060e-018 7.2667013e-020 -3.4499589e-021 1.6339231e-022 -
7.7265234e-024 3.6509398e-025 -1.7249582e-026 8.1536520e-028 -
3.8577916e-029 1.8277755e-030 -8.6748697e-032 4.1256615e-033 -
1.9666483e-034
-3.0327069e-003 2.4244914e-004 -1.2867572e-005 6.8510898e-007 -
3.7930007e-008 2.0618919e-009 -1.0835780e-010 5.5325317e-012 -
2.7645922e-013 1.3598005e-014 -6.6105797e-016 3.1857128e-017 -
1.5252060e-018 7.2667013e-020 -3.4499589e-021 1.6339231e-022 -
7.7265234e-024 3.6509398e-025 -1.7249582e-026 8.1536520e-028 -
3.8577916e-029 1.8277755e-030 -8.6748697e-032 4.1256615e-033 -
1.9666483e-034
-1.1586004e-001 5.4857928e-003 -1.6171633e-004 5.7171927e-006 -
2.2482779e-007 9.3111743e-009 -3.9547640e-010 1.7023249e-011 -
7.3874046e-013 3.2244833e-014 -1.4141818e-015 6.2293737e-017 -
2.7555996e-018 1.2241007e-019 -5.4610023e-021 2.4469221e-022 -
1.1012973e-023 4.9793300e-025 -2.2618445e-026 1.0323324e-027 -
4.7345078e-029 2.1819972e-030 -1.0105874e-031 4.7036973e-033 -
2.2001095e-034
1.0365809e-003 2.6009146e-004 -3.1615239e-005 1.8763329e-006 -
9.1558186e-008 4.2206319e-009 -1.9064112e-010 8.5262900e-012 -
3.7879781e-013 1.6735135e-014 -7.3549614e-016 3.2156241e-017 -
1.3982197e-018 6.0435163e-020 -2.5945235e-021 1.1050144e-022 -
4.6611772e-024 1.9427308e-025 -7.9732259e-027 3.2058128e-028 -

```

1.2526161e-029 4.6912417e-031 -1.6400265e-032 5.0310272e-034 -
 1.0911667e-035
 -1.3336316e-003 -1.7152324e-006 6.0951240e-006 -4.5076502e-007
 2.1847933e-008 -8.5592861e-010 2.8114321e-011 -7.1520128e-013
 7.1920915e-015 7.2701736e-016 -7.4682154e-017 4.9661055e-018 -
 2.8206262e-019 1.4696966e-020 -7.2275463e-022 3.3981366e-023 -
 1.5354838e-024 6.6676092e-026 -2.7670789e-027 1.0824653e-028 -
 3.8686761e-030 1.1621854e-031 -2.0173825e-033 -8.2999937e-035
 1.2969633e-035
 1.0365809e-003 2.6009146e-004 -3.1615239e-005 1.8763329e-006 -
 9.1558186e-008 4.2206319e-009 -1.9064112e-010 8.5262900e-012 -
 3.7879781e-013 1.6735135e-014 -7.3549614e-016 3.2156241e-017 -
 1.3982197e-018 6.0435163e-020 -2.5945235e-021 1.1050144e-022 -
 4.6611772e-024 1.9427308e-025 -7.9732259e-027 3.2058128e-028 -
 1.2526161e-029 4.6912417e-031 -1.6400265e-032 5.0310272e-034 -
 1.0911667e-035
 4.5742529e-001 5.6222458e-004 -1.2379470e-004 6.1161035e-006 -
 2.6662493e-007 1.1286141e-008 -4.7404180e-010 1.9882316e-011 -
 8.3427807e-013 3.5034574e-014 -1.4720414e-015 6.1853569e-017 -
 2.5974782e-018 1.0893002e-019 -4.5577896e-021 1.9005964e-022 -
 7.8877780e-024 3.2522224e-025 -1.3290748e-026 5.3661678e-028 -
 2.1306622e-029 8.2611646e-031 -3.0918959e-032 1.0937188e-033 -
 3.4942966e-035
 -6.1054591e-002 1.5396811e-003 -2.3453665e-005 2.5533242e-007
 5.0109097e-009 -5.8634941e-010 3.4347066e-011 -1.7179961e-012
 8.0848354e-014 -3.7014363e-015 1.6722931e-016 -7.5057643e-018
 3.3576515e-019 -1.4994910e-020 6.6908094e-022 -2.9841636e-023
 1.3306659e-024 -5.9328789e-026 2.6450653e-027 -1.1792183e-028
 5.2570893e-030 -2.3436517e-031 1.0448141e-032 -4.6578347e-034
 2.0764844e-035
 8.3711242e-004 -1.5861182e-003 8.3159480e-005 -3.3880930e-006
 1.3938688e-007 -5.8868454e-009 2.5291281e-010 -1.0967992e-011
 4.7804621e-013 -2.0895863e-014 9.1506552e-016 -4.0127110e-017
 1.7616528e-018 -7.7419700e-020 3.4056799e-021 -1.4995375e-022
 6.6083644e-024 -2.9147132e-025 1.2866022e-026 -5.6835576e-028
 2.5124899e-029 -1.1114172e-030 4.9194834e-032 -2.1787778e-033
 9.6547159e-035
 -2.7210415e-003 9.9547670e-005 3.3270423e-006 -5.7832159e-007
 4.0089673e-008 -2.2079927e-009 1.1121856e-010 -5.3766230e-012
 2.5438599e-013 -1.1883992e-014 5.5057170e-016 -2.5355813e-017
 1.1624311e-018 -5.3098525e-020 2.4182618e-021 -1.0985954e-022
 4.9802006e-024 -2.2535084e-025 1.0180751e-026 -4.5929940e-028
 2.0695726e-029 -9.3152910e-031 4.1888665e-032 -1.8820319e-033
 8.4494380e-035
 -5.4601801e-003 3.3828966e-004 -1.1082572e-005 2.3208595e-007
 1.5221756e-010 -4.0876164e-010 3.3836757e-011 -2.1248658e-012
 1.1937110e-013 -6.3154161e-015 3.2183452e-016 -1.5985753e-017
 7.7935437e-019 -3.7461048e-020 1.7807025e-021 -8.3891032e-023
 3.9233278e-024 -1.8236655e-025 8.4334886e-027 -3.8830747e-028
 1.7812385e-029 -8.1445870e-031 3.7136571e-032 -1.6891780e-033
 7.6669234e-035
 -5.4601801e-003 3.3828966e-004 -1.1082572e-005 2.3208595e-007
 1.5221756e-010 -4.0876164e-010 3.3836757e-011 -2.1248658e-012
 1.1937110e-013 -6.3154161e-015 3.2183452e-016 -1.5985753e-017
 7.7935437e-019 -3.7461048e-020 1.7807025e-021 -8.3891032e-023
 3.9233278e-024 -1.8236655e-025 8.4334886e-027 -3.8830747e-028
 1.7812385e-029 -8.1445870e-031 3.7136571e-032 -1.6891780e-033
 7.6669234e-035
 -2.7210415e-003 9.9547670e-005 3.3270423e-006 -5.7832159e-007
 4.0089673e-008 -2.2079927e-009 1.1121856e-010 -5.3766230e-012
 2.5438599e-013 -1.1883992e-014 5.5057170e-016 -2.5355813e-017
 1.1624311e-018 -5.3098525e-020 2.4182618e-021 -1.0985954e-022
 4.9802006e-024 -2.2535084e-025 1.0180751e-026 -4.5929940e-028

2.0695726e-029 -9.3152910e-031 4.1888665e-032 -1.8820319e-033
 8.4494380e-035
 8.3711242e-004 -1.5861182e-003 8.3159480e-005 -3.3880930e-006
 1.3938688e-007 -5.8868454e-009 2.5291281e-010 -1.0967992e-011
 4.7804621e-013 -2.0895863e-014 9.1506552e-016 -4.0127110e-017
 1.7616528e-018 -7.7419700e-020 3.4056799e-021 -1.4995375e-022
 6.6083644e-024 -2.9147132e-025 1.2866022e-026 -5.6835576e-028
 2.5124899e-029 -1.1114172e-030 4.9194834e-032 -2.1787778e-033
 9.6547159e-035
 3.5468847e-001 -2.4311477e-003 8.7804211e-005 -4.0396536e-006
 1.8113299e-007 -7.9225040e-009 3.4227787e-010 -1.4713627e-011
 6.3168761e-013 -2.7134674e-014 1.1672620e-015 -5.0304230e-017
 2.1721857e-018 -9.3984343e-020 4.0743927e-021 -1.7696548e-022
 7.7000903e-024 -3.3561815e-025 1.4652019e-026 -6.4063725e-028
 2.8051151e-029 -1.2299149e-030 5.3994394e-032 -2.3732098e-033
 1.0442477e-034
 3.5468847e-001 -2.4311477e-003 8.7804211e-005 -4.0396536e-006
 1.8113299e-007 -7.9225040e-009 3.4227787e-010 -1.4713627e-011
 6.3168761e-013 -2.7134674e-014 1.1672620e-015 -5.0304230e-017
 2.1721857e-018 -9.3984343e-020 4.0743927e-021 -1.7696548e-022
 7.7000903e-024 -3.3561815e-025 1.4652019e-026 -6.4063725e-028
 2.8051151e-029 -1.2299149e-030 5.3994394e-032 -2.3732098e-033
 1.0442477e-034
 5.3957296e-002 6.9093352e-004 -1.4673182e-005 4.6204112e-007 -
 1.7992033e-008 7.2897581e-010 -2.9042073e-011 1.1168473e-012 -
 4.0830571e-014 1.3788704e-015 -3.9966516e-017 7.3728713e-019
 1.7926781e-020 -3.2780808e-021 2.6761993e-022 -1.7909176e-023
 1.0937819e-024 -6.3406156e-026 3.5549471e-027 -1.9479018e-028
 1.0497981e-029 -5.5881033e-031 2.9464025e-032 -1.5419909e-033
 8.0221659e-035
 1.0156025e-002 -5.5222145e-004 1.8290962e-005 -5.5094663e-007
 1.7532150e-008 -6.1117394e-010 2.3602619e-011 -9.9777570e-013
 4.5135925e-014 -2.1382624e-015 1.0441081e-016 -5.1997937e-018
 2.6230150e-019 -1.3342010e-020 6.8220580e-022 -3.4991627e-023
 1.7977462e-024 -9.2419902e-026 4.7508701e-027 -2.4409002e-028
 1.2530472e-029 -6.4261184e-031 3.2919550e-032 -1.6844908e-033
 8.6098624e-035
 1.0156025e-002 -5.5222145e-004 1.8290962e-005 -5.5094663e-007
 1.7532150e-008 -6.1117394e-010 2.3602619e-011 -9.9777570e-013
 4.5135925e-014 -2.1382624e-015 1.0441081e-016 -5.1997937e-018
 2.6230150e-019 -1.3342010e-020 6.8220580e-022 -3.4991627e-023
 1.7977462e-024 -9.2419902e-026 4.7508701e-027 -2.4409002e-028
 1.2530472e-029 -6.4261184e-031 3.2919550e-032 -1.6844908e-033
 8.6098624e-035
 5.3957296e-002 6.9093352e-004 -1.4673182e-005 4.6204112e-007 -
 1.7992033e-008 7.2897581e-010 -2.9042073e-011 1.1168473e-012 -
 4.0830571e-014 1.3788704e-015 -3.9966516e-017 7.3728713e-019
 1.7926781e-020 -3.2780808e-021 2.6761993e-022 -1.7909176e-023
 1.0937819e-024 -6.3406156e-026 3.5549471e-027 -1.9479018e-028
 1.0497981e-029 -5.5881033e-031 2.9464025e-032 -1.5419909e-033
 8.0221659e-035
 -1.1311972e-003 1.4422846e-004 -6.7300070e-006 4.4315935e-007 -
 2.2727353e-008 1.0804314e-009 -5.0454254e-011 2.3559164e-012 -
 1.1054960e-013 5.2182585e-015 -2.4773635e-016 1.1823691e-017 -
 5.6704023e-019 2.7314508e-020 -1.3211046e-021 6.4137292e-023 -
 3.1245905e-024 1.5271241e-025 -7.4860281e-027 3.6798258e-028 -
 1.8134658e-029 8.9579739e-031 -4.4345015e-032 2.1995558e-033 -
 1.0929626e-034
 8.1274434e-003 -3.1053028e-004 3.2449398e-006 2.0034444e-007 -
 1.7937201e-008 1.0394528e-009 -5.3258615e-011 2.5997695e-012 -
 1.2432358e-013 5.8973371e-015 -2.7918322e-016 1.3231555e-017 -
 6.2882138e-019 2.9991541e-020 -1.4361275e-021 6.9050401e-023 -
 3.3335562e-024 1.6157186e-025 -7.8607167e-027 3.8379844e-028 -

1.8801218e-029 9.2385378e-031 -4.5524695e-032 2.2491132e-033 -
1.1137654e-034
-1.1311972e-003 1.4422846e-004 -6.7300070e-006 4.4315935e-007 -
2.2727353e-008 1.0804314e-009 -5.0454254e-011 2.3559164e-012 -
1.1054960e-013 5.2182585e-015 -2.4773635e-016 1.1823691e-017 -
5.6704023e-019 2.7314508e-020 -1.3211046e-021 6.4137292e-023 -
3.1245905e-024 1.5271241e-025 -7.4860281e-027 3.6798258e-028 -
1.8134658e-029 8.9579739e-031 -4.4345015e-032 2.1995558e-033 -
1.0929626e-034
3.5434503e-001 -2.6607985e-003 4.1220631e-005 -6.5968129e-007
6.0264805e-009 2.5672392e-010 -2.4666606e-011 1.4812108e-012 -
7.8885368e-014 4.0157552e-015 -2.0053953e-016 9.9304547e-018 -
4.9000862e-019 2.4151002e-020 -1.1903853e-021 5.8713413e-023 -
2.8989014e-024 1.4330301e-025 -7.0931966e-027 3.5156685e-028 -
1.7448234e-029 8.6708250e-031 -4.3143488e-032 2.1492731e-033 -
1.0719190e-034